

## תרגיל 2 בתורת השדות ותורת גלואה

- (1) הוכיחו כי הרחבת שדות סופית ממעלה ראשונית הינה פשוטה.
- (2) הוכיחו כי הרחבת שדות סופית הינה נוצרת סופית.
- (3) יהא  $E$  השדה המתקבל מ- $\mathbb{Q}$  ע"י צרוף שרש  $\alpha$  של הפולינום  $X^3 - 3X - 1$ . הביעו את  $1/\alpha$  ואת  $1/(1 + \alpha)$  כקומבינציה לינארית של  $1, \alpha, \alpha^2$  מעל  $\mathbb{Q}$ .
- (4) תהא  $E/F$  הרחבת שדות ממעלה 2 כאשר  $\text{Char } F \neq 2$ .  
(א) הוכיחו שקיים  $a \in F$  כך ש- $E = F(\sqrt{a})$ .  
(ב) בהנתן  $a, b \in F, 0 \neq a, b$  מתי  $F(\sqrt{a}) = F(\sqrt{b})$  ?
- (5) תהא  $E/F$  הרחבת שדות, ויהיו  $\alpha, \beta \in E$  אברים אלגברים מעל  $F$  עם פולינומים מזעריים מעל  $F$  ממעלות  $n, m$  בהתאמה. הראו שמעלת הפולינומים המזעריים של  $\alpha + \beta$  ושל  $\alpha\beta$  אינה עולה על  $nm$ .