

תרגיל 7 . תחשיב פסוקים.

- (1) הוכיחו כי
(א) אם פסוקים $(\neg x \vee y)$ ו- $(\neg z \vee \neg y)$ טאוטולוגיות אז גם $(x \rightarrow \neg z)$ טאוטולוגיה.
(ב) פסוק $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$ טאוטולוגיה.
(ג) פסוק $A \leftrightarrow B$ טאוטולוגיה אם ורק אם $A \leftrightarrow B$ (שקול לוגית ל- B).
- (2) הרכיבו פסוק עם 3 משתנים פסוקים A, B, C שמקיים ערך T אם ורק אם בדיוק 2 משתנים מקיימים ערך F .
- (3) (א) מצאו כל פסוקים בצורה הדיסיונקטיבית הנורמאלית הקנונית על קבוצת משתנים $\{x, y\}$.
(ב) מצאו את הצורה הדיסיונקטיבית הנורמאלית הקנונית של פסוק $(A \rightarrow C) \wedge (A \rightarrow (B \wedge C))$.
- (4) הוכיחו כי אם פסוק φ כתוב ע"י הקשר \rightarrow בלבד (פרט למשתנים פסוקים וסוגריים) אז קיים משתנה פסוקי p ב φ כך ש $p \Rightarrow \varphi$.
- (5) נגדיר פעולות נוספות עם פסוקים $A \downarrow B = \neg(A \vee B)$ הוכיחו כי $\{\downarrow\}$ היא מערכת פעולות שלמה.
- (6) נגדיר פעולות נוספות עם פסוקים $A * B = \neg A \wedge B$ הוכיחו כי $\{*, \wedge\}$ היא מערכת פעולות לא שלמה.
- (7) בטא \vee דרך \rightarrow ז"א מצא פסוק בנוי ממשתנים פסוקים רק בעזרת קשר \rightarrow ושקול ל $(x \vee y)$.
- (8) הוכיחו כי קשר \rightarrow אי אפשר לבטא דרך קשרים \wedge, \vee ז"א לא קיים פסוק בנוי ממשתנים פסוקים רק בעזרת קשר \wedge, \vee ושקול ל- $x \rightarrow y$.
- (9) מצאו כל פתרונות X כפונקציה בפרמטרים A, B, C כך ש- $(A \rightarrow X) \Leftrightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$
כמה קיימות פונקציות כאלה? כמה קיימות פתרונות X פונקציות כפונקציה בפרמטרים A, B, C, D ?
- (10) הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות.
(א) קיימים בדיוק 4 פונקציות אמת עם 2 משתנים.
(ב) קיים פסוק φ שמקיים תנאי הבא עבור כל פסוק ψ : אם φ גורר לוגית את פסוק ψ אז ψ שקול לוגית ל- φ .

- ג) קיים פסוק φ שמקיים תנאי הבא: כל פסוק שגורר לוגית את פסוק φ הוא שקול לוגית ל- φ .
- ד) קיימים בדיוק 7 צורות הדיסיונקטיביות הנורמאליות הקנוניות (לא ריקות) על קבוצת משתנים $\{x, y, z\}$.

11) מצאו צורה דיסיונקטיבית נורמאלית מינימאלית עבור פסוק

א) $(Y \wedge \neg Z) \vee (\neg X \wedge \neg Y \wedge Z) \vee (\neg Y \wedge \neg Z)$

ב) $(Y \wedge \neg Z) \vee (\neg X \wedge \neg Y \wedge Z) \vee (\neg Y \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y \wedge Z)$

ג) $(X \wedge Y) \vee (X \wedge \neg Y \wedge Z \wedge T) \vee (\neg X \wedge T) \vee (X \wedge \neg Y \wedge \neg Z \wedge T)$

רמז. אפשר להשתמש במפות קרנו.