

תרגיל 4 . עקרון הכפל. עקרון החיבור. תמורות, חליפות וצירופים.

1. כמה מספרים שונים בין 4000 ל- 5000 ניתן לכתוב ע"י הספרות 3, 4, 6, 7 כאשר
(א) כל ספרה מופיעה רק פעם אחת?
(ב) אין הגבלה על מספר הפעמים שספרה יכולה להופיע?
2. (א) בכמה מספרים 6-ספרתיים יש בדיוק שתי ספרות זוגיות?
(ב) בכמה מהמספרים בקטע [20.000, 300.000] כל הספרות שונות?
(ג) כמה יש מספרים זוגיים בקטע [20.000, 300.000]?
(ד) כמה יש מספרים שמתחלקים ב-9 בקטע [20.000, 300.000]?
(ה) בכמה מספרים 5-ספרתיים יש מספרים 23 ו-35 (לדוגמה 23735 או 23527)?
3. (א) מהו מספר המחלקים של n כאשר $n = p_1^{s_1} \dots p_k^{s_k}$ פרוק לגורמים ראשוניים?
(ב) מהו מספר המחלקים של 12.000.000?
4. בכמה אופנים ניתן לסדר על מדף 5 ספרים שונים באנגלית, 4 ספרים שונים בעברית ו-3 ספרים ברוסית? בכמה אופנים ניתן לסדר את הספרים שכל הספרים מאותה השפה יהיו זה על יד זה? מה ההסתברות שכל הספרים מאותה השפה יהיו זה על יד זה?
5. מושיבים 5 בנים ו-5 בנות ליד שולחן עגול.
(א) בכמה דרכים שונות ניתן להושיב אותם?
(ב) בכמה דרכים שונות ניתן להושיב אותם אם רוצים שישבו בן בת לסירוגין?
6. בכמה מספרים 4-ספרתיים
(א) ספרות עולות?
(ב) ספרות יורדות?
7. בכמה דרכים ניתן לחלק $2n$ כדורים לבנים ו- n כדורים צבעוניים (ב- n צבעים שונים) כדלקמן:
(א) ל- $3n$ תאים, כדור אחד בדיוק בכל תא?
(ב) ל- $3n$ תאים, כדור לבן אחד לכל היותר בכל תא?
8. קבוצת אנשים מכילה 7 גברים ו-4 נשים. בכמה דרכים ניתן לבחור 6 אנשים מהקבוצה הזו כך שביניהם יהיו שתי נשים לפחות.
9. נתונים 3 כדורים לבנים (זהים), 1 ירוק, 1 צהוב, 1 שחור. בחרו מתוכם 4 כדורים וסדרו אותם בשורה. מהו מספר האפשרויות לעשות זאת, אם 2 סידורים נחשבים שונים כאשר הם שונים בהרכבם או בסדר הכדורים?

10. מבחן מורכב מ-2 חלקים A ו-B ובכל חלק יש 7 שאלות. בכמה אופנים סטודנט יכול לבחור 10 שאלות
(א) בלי תנאים נוספים?

(ב) 5 שאלות מחלק A ו-5 שאלות מחלק B ?
(ג) צריך להיות לפחות 6 שאלות מחלק B ?

11. מהו מספר האפשרויות לבחירת 5 קלפים מתוך 52 קלפים שבחפיסה, כך שיהיה ביניהם לפחות קלף אחד מכל אחד מארבעת הסוגים ?

12. מהו מספר התמורות של n מספרים $1, 2, 3, \dots, n$ שבהן המספרים 1 ו-2:
(א) נמצאים זה ליד זה.
(ב) אינם נמצאים זה ליד זה.

(ג) מהו מספר התמורות של n מספרים הללו, שבהן המספרים 1, 2, 3 נמצאים כולם בסמיכות ?

13. רובוט נמצא במישור עם מערכת צירים והוא יודע לעשות צעדים באורך 1 ורק לשני כיוונים: למעלה וימינה (ז"א לכיוון חיובי במקביל לכל הציר). כמה יש לרובוט הזה מסלולים שונים מנקודה $(1, 2)$ לנקודה $(10, 12)$ שעוברים בנקודה $(5, 7)$.

14. קבוצת אנשים מכילה 10 גברים ו-8 נשים. בכמה דרכים ניתן לבחור 4 זוגות (גבר, אישה) מהקבוצה הזו.

בהצלחה!