

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
מדור בחינות



ענו על 3 שאלות בדיוק מ-4 השאלות הבאות.
כל שאלה שווה 34 נקודות. הוכיחו ונמקו תשובותיכם.
הניקוד המקסימאלי במבחן הוא 102. מי שיצבור 100 נקודות או יותר ציונו הסופי יהיה 100.

שאלה 1.

(12 נק') **א**) הוכיחו כי
$$\binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \dots + \binom{n+k}{k} = \binom{n+k+1}{k}$$

(11 נק') **ב**) לרובוט יש 3 מצבים שונים: a, b, c . רובוט מבצע פרויקט שבו יש 3 פעולות במצב a , 3 פעולות במצב b ו-2 פעולות במצב c בסדר כלשהו. בכמה אופנים ניתן לתכנן את הרובוט לביצוע את הפרויקט הזה כך שלא יהיה 3 פעולות באותו מצב ברציפות.

(11 נק') **ג**) לרובוט יש 4 מצבים שונים זה מזה והוא עושה צעדים באורך 1 כאשר הוא נמצא במצבים 1,2 ובמצבים 3,4 הוא עושה צעדים באורך 2. בכמה אופנים ניתן לתכנן 12 צעדים של רובוט הזה.

שאלה 2.

(12 נק') **א**) מצאו כל פתרונות X כפונקציה בפרמטרים A, B, C כך ש- $(A \rightarrow X) \Leftrightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$ כמה קיימות פונקציות כאלה? כמה קיימות פתרונות X כפונקציה בפרמטרים A, B, C, D ?

(11 נק') **ב**) נגדיר קשרים נוספים עם פסוקים $A * B = \neg A \wedge B$, $A \circ B = \neg(A \rightarrow B)$ הוכיחו כי $\{*, \circ\}$ היא מערכת קשרים לא שלמה.

(11 נק') **ג**) ברכב יש מיכל דלק מספיק ל-5 ק"מ. רכב אמור להגיע מ- A ל- B . מרחקים בין תחנות דלק וערים נתונים בטבלה הבאה

	A	B	v_1	v_2	v_3	v_4
A	0	11	3	6	5	6
B	11	0	7	3	5	2
v_1	3	7	0	3	4	6
v_2	6	3	3	0	4	6
v_3	5	5	4	4	0	7
v_4	6	2	6	6	7	0

מצאו את המסלול הקצר ביותר בין A ל- B .

שאלה 3

- (א) מצאו פסוק בשפה L למבנה מתמטי $M = (|M|; S, =)$ עם יחס דו-מקומי S שמגדיר כי (3 נק') (א1) S הוא יחס שקילות על $|M|$.
- (9 נק') (א2) S הוא יחס שקילות ויש מחלקת שקילות אחת עם איבר אחד בדיוק ובכל מחלקת שקילות אחרת יש יותר מ-2 איברים.

(11 נק') (ב) תהא L שפה המכילה סימן יחס דו-מקומי R וסימן של שיויון. לכל זוג מהמבנים הבאים מצאו פסוק שנכון באחד מהם ולא נכון בשני.

$$M_1 = (P(N), \subseteq), M_2 = (N \setminus \{0\}, |), M_3 = (Z, |)$$

כאשר $a|b \Leftrightarrow (\exists c)(b = ac)$ "א"א a מחלק את b .

(ג) יהא $M = (R; F, G, =)$ מבנה מתמטי כאשר R קבוצת מספרים הממשיים ו- F, G

פעולות חד מקומיות $F(x) = 2x - 1, G(x) = x^2$. הוכיחו כי

(3 נק') (ב1) 1 גדיר במבנה $M = (R; F, G, =)$.

(4 נק') (ב2) 0 גדיר במבנה $M = (R; F, G, =)$.

(4 נק') (ב3) הוכיחו כי יחס דו-מקומי S גדיר במבנה $M = (R; F, G, =)$ כאשר

היחס S מוגדר באופן הבא: מספרים a, b עומדים ביחס S אם ורק אם שני המספרים a, b שווים ל-0 או שניהם חיוביים או שניהם שליליים).

שאלה 4

(11 נק') (א) כמה יש פתרונות טבעיים לאי-השוויון $x_1 + x_2 + x_3 < 8$ שמקיימים את התנאים

$$x_1 \geq 1, x_2 \leq 2$$

(12 נק') (ב) הגרפים $\Gamma_1 = (V_1, E_1)$ ו- $\Gamma_2 = (V_2, E_2)$ איזומורפיים ו- $f: V_1 \rightarrow V_2$ איזומורפיזם.

ל- Γ_1 יש 3 מחלקות קשירות. הוכיחו כי ל- Γ_2 יש 3 מחלקות קשירות.

(11 נק') (ג) יהא S יחס דו-מקומי על $(N \setminus \{0\}) \times (N \setminus \{0\})$ המוגדר באופן הבא

$$(a, b)S(c, d) \Leftrightarrow ad - bc = 0$$

(6 נק') (ג1) האם S יחס שקילות על $N \times N$? נמקו את התשובה.

(5 נק') (ג2) מצאו כל איברים ממחלקת שקילות $(6, 6)/S$ וגם כל איברים ממחלקת שקילות $(2, 5)/S$

בהצלחה !