

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב  
מדור בחינות



תאריך הבחינה: 28.7.14  
 שם המרצה: ג. משביצקי, ס. שמית  
 מבחן ב: מבוא למתמטיקה דיסקרטית  
 מס' קורס: 20119661  
 שנה: תשע"ד סמ' אביב מועד: ב  
 משך הבחינה: 3 שעות  
 חומר עזר: דף נוסחאות מצורף

ענו על 3 השאלות בדיוק מ-4 השאלות הבאות. כל שאלה שווה 34 נקודות. הוכיחו ונמקו תשובותיכם. הניקוד המקסימאלי במבחן הוא 102. מי שיצבור 100 נקודות או יותר ציונו הסופי יהיה 100.

**שאלה 1.**

(17 נק') א) לרובוט יש 5 מצבים שונים זה מזה והוא עושה צעדים באורך 1 כאשר הוא נמצא במצבים 1, 2, 3, 4, 5 ובמצבים 4, 5 הוא עושה צעדים באורך 2. בכמה אופנים ניתן לתכנן  $n$  צעדים של רובוט הזה.

(17 נק') ב) חשבו את מספר הדרכים לחלק 25 כדורים זהים ל-7 תאים ממוספרים, תחת האילוצים הבאים: כל אחד מהתאים 1 ו-2 יקבל 5 כדורים לכל היותר, תא מספר 3 יקבל לפחות 2 כדורים, ואין הגבלה על מספר הכדורים ששאר התאים יקבלו.

**שאלה 2.**

(12 נק') א) מצאו פסוק  $X$  במשתנים  $A, B, C$  כך ש- $(A \wedge (\neg B \rightarrow \neg A)) \rightarrow X$  טאוטולוגיה, וכך שכל אחד מהמשתנים הפסוקיים  $A, B, C$  מופיע בצורה מפורשת בפסוק  $X$ . (מספיקה דוגמא אחת). כמה פסוקים כאלה קיימים שאינם שקולים לוגית זה לזה?

(11 נק') ב) מצאו פסוק  $X$  שבנוי מקשרים מהקבוצה  $\{\neg, \rightarrow\}$  בלבד, כך ש- $X$  שקול לוגית לפסוק  $\neg(A \wedge (\neg B \vee C)) \wedge (C \vee A)$

(11 נק') ג) מצאו צורה דיסיונקטיבית נורמאלית עבור הפסוק  $\neg[(A \leftrightarrow (B \vee C)) \rightarrow (B \wedge A)]$ .

**שאלה 3.**

א) מצאו פסוק בשפה  $L$  למבנה מתמטי  $M = (|M|; F, =)$  עם פונקציה חד-מקומית  $F$  שמגדיר כי (3 נק') א1)  $F$  היא פונקציה ו- $F$  חד-חד ערכית;

(9 נק') א2) ב-  $M = (|M|; F, =)$  יש בדיוק 2 איברים שאינם שייכים לתמונה של  $F$ .

(11 נק') ב) תהא  $L$  שפה המכילה סימן פונקציה דו-מקומית  $H$  וסימן של שוויון.

לכל זוג מהמבנים הבאים מצאו פסוק שנכון באחד מהם ולא נכון בשני.

$$M_1 = (\mathbb{Z}, +^{\mathbb{Z}}), M_2 = (\mathbb{Q}, +^{\mathbb{Q}}), M_3 = (\mathbb{Q}, -^{\mathbb{Q}})$$

א) הוכיחו כי

(6 נק') ג1) המספר 0 גدير במבנה  $M_1 = (\mathbb{Z}, x^2)$ .

(5 נק') ג2) היחס הדו-מקומי  $\equiv_2 \equiv (a, b) \in \equiv_2$  אם ורק אם  $(a-b)$  מתחלק ב2

גدير במבנה  $M_2 = (\mathbb{Z}, +^{\mathbb{Z}})$ .

#### שאלה 4.

6 נק') **א1**) רובוט יודע לנסוע ב 3 מצבים שונים. בכמה אופנים ניתן לתכנן 15 שעות נסיונות עם רובוט הזה אם הוא צריך לנסוע לפחות 3 שעות בכל מצב. ב-2 ניסויים שונים יש הבדל במספר שעות שלמות בנסיעה לפחות במצב אחד.

5 נק') **א2**) רובוט נמצה במישור עם מערכת צירים והוא יודע לעשות צעדים באורך 1 ורק לשני כיוונים: למעלה וימינה (ז"א לכיוון חיובי במקביל לכל הציר). כמה יש לרובוט הזה מסלולים שונים מנקודה (1,2) לנקודה (10,12) שעוברים בנקודה (5,7).

11 נק') **ב**) הוכיחו כי המערכת  $\{\rightarrow, *\}$  היא מערכת קשרים שלמה, כאשר

$$A * B \Leftrightarrow (A \wedge B \wedge \neg B)$$

**ג**) מצאו פסוק בשפה  $L$  למבנה מתמטי  $M = (|M|; R, =)$  עם יחס דו-מקומי  $R$  שמגדיר כי **ג1**)  $R$  הוא יחס סדר חלקי.

**ג2**)  $R$  הוא יחס סדר קווי וב-  $M = (|M|; R, =)$  יש לכל איבר עוקב מידי. (כלומר לכל איבר  $a$  יש איבר  $b$  שהוא האיבר הקטן ביותר שגדול מ-  $a$ ).

**בהצלחה !**