

$$\varphi, \psi: A \rightarrow B \quad \text{כך (2)}$$

$$\varphi_x = \psi_x \quad \text{הומומורפיזם כך -}$$

$$u \in B \quad \text{אם קיים אוטומורפיזם}$$

$$\varphi = \text{Ad } u \circ \psi \quad \text{כך -}$$

ג'ינרליזציה: אם  $g_1, \dots, g_n \in K_0(B)$

$$g_1 + \dots + g_n \in 1$$

$$p_1, \dots, p_n \in B \quad \text{אם יש הולוגרפיזם}$$

$$\text{כך -} \quad [p_k] = g_k \quad \text{על פני } K$$

(5) נדבר על הומומורפיזם של  $A$  קומוטטיב

אם סוף מימין ולאו דווקא קומוטטיב

$$A = M_{n_1} \oplus M_{n_2} \oplus \dots \oplus M_{n_r}$$

$$\left\{ e_{jk}^{(i)} \right\} \quad \text{נמדע}$$

מיון של יחידות -

לדבר (1) (2) (3) (4)

תב  $A$  - אלגברה סוף מימין

תב  $B$  - אלגברה סוף מימין

יש להבחין על האלגברה

$$\alpha: K_0(A) \rightarrow K_0(B) \quad \text{כך (1)}$$

הומומורפיזם ג'ינרליזציה (לחומר הומומורפיזם)

ההומומורפיזם סדרות קומפאקט, כלומר

$$g \in K_0(A) \Rightarrow \alpha(g) \geq 0$$

$$\alpha([1_A]) \leq [1_B] \quad \text{כך -}$$

אם קיים הומומורפיזם

$$\varphi: A \rightarrow B$$

$$\varphi_* = \alpha \quad \text{כך -}$$

$$\varphi_*([1_A]) = [1_B] \quad \text{אם } \alpha([1_A]) = [1_B]$$

SR סדרה יחידה מרובי-ממדית

!  $\varphi$  שמורה על  $\mathbb{R}^n$

$$\varphi(e_{jk}^{(s)}) = f_{jk}^{(s)}$$

מבני-בסיס הומומורפיזם

$\varphi: A \rightarrow B$

$$\varphi_x = \alpha \quad \text{כק } e$$

$$\alpha([1_n]) = [1_m] \quad \text{PK}$$

$$\varphi(1) \sim 1 \quad \text{SR}$$

$$\underbrace{[1 - \varphi(1)]}_{\text{אז}} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$1 - \varphi(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \text{מכאן}$$

$$\varphi(1) = 1 \quad \Leftarrow$$

PK כן, מורה שבת,  $e$ ,  
 $k=1,2,\dots,m$ ,  
 $s=1,2,\dots,r$

האז  $B \rightarrow \mathbb{R}^m$

$$\left[ \sum_s \sum_k f_{kk}^{(s)} \right] = \alpha [1_m]$$

$$[f_{ij}^{(s)}] = [f_{kk}^{(s)}] \quad \text{!}$$

$k, j \in \{1, \dots, m\}$

$$f_{ij}^{(s)} \sim f_{kk}^{(s)}$$

מכאן, המבנה הומומורפיזם

$$f_{ii}^{(s)} \sim f_{kk}^{(s)} \quad \text{כק}$$

$$f_{ik}^{(s)}$$

כק  $e$ ,  $k$   $\mathbb{R}^m$

$$f_{ik}^{(s)} f_{ik}^{(s)*} = f_{ii}^{(s)}$$

כק

$$f_{ik}^{(s)*} f_{ik}^{(s)} = f_{kk}^{(s)}$$

$$f_{jk}^{(s)} = f_{ij}^{(s)*} f_{ik}^{(s)}$$

כק

$$u \varphi(e_{\frac{j}{k}}^{(s)}) = \varphi(e_{\frac{j}{k}}^{(s)}) u$$

(כויק ה' יעבה)

$$u u^* = u^* u = 1$$

(בריקה ישיכה)

משפט הגיטמן על אליטת פולסכומא

AF עם מנידה:

AF עם  $A, B$  אולטכומא  
 אביקה,  $s, t$

$$(\mathcal{K}_0(A), \mathcal{K}_0(A)_+, [1_A]) \cong (\mathcal{K}_0(B), \mathcal{K}_0(B)_+, [1_B])$$

$$A \cong B$$

$\alpha: \mathcal{K}_0(A) \rightarrow \mathcal{K}_0(B)$  לייב דייוק, סוף

$$\alpha(\mathcal{K}_0(A)_+) = \mathcal{K}_0(B)_+ \text{ וק } p$$

$$\alpha[1_A] = [1_B]$$

$$\varphi_x = \varphi_x^* \quad \text{ע' נ'ב } (2)$$

$$\varphi(1) \sim \varphi(1) \quad s_0$$

$$1 - \varphi(1) \sim 1 - \varphi(1)$$

(נב'ר מנכנס ב' אלמנ)

$$\varphi(e_{11}^{(s)}) \sim \varphi(e_{11}^{(s)}) \quad \text{א'ס}$$

$$s = 1, 2, \dots, \ell \quad s_1$$

$$v_1, \dots, v_\ell \quad \text{ע' } s_0$$

$$v_s^* v_s = \varphi(e_{11}^{(s)}) \quad \text{ע' } s_0$$

$$v_s v_s^* = \varphi(e_{11}^{(s)})$$

$$w^* w = 1 - \varphi(1) \quad \text{ע' } s_0 \quad w \text{ ע'}$$

$$w w^* = 1 - \varphi(1)$$

$$u = w + \sum_{s=1}^{\ell} \sum_{k=1}^{n_s} \varphi(e_{k1}^{(s)}) v_s \varphi(e_{1k}^{(s)})$$

ר'ר'ר



$$A \approx \bigcup A_n$$

הוכחה: נניח  $\epsilon$

$$B = \bigcup B_n$$

אז קיים  $n_0$  כזה שכל  $n > n_0$  סוף המרחב.  
נניח להניח בלי הבדל הפוליגון של  $n_0$  יש יחידה משוכללת.

$$K_0(A_1)$$

עבור  $\epsilon$  לבחור  $n$ .

$$\varphi: A_1 \rightarrow B$$

הוא קיים הומומורפיזם

$$\alpha: K_0(A_1) \rightarrow K_0(B)$$

$$\varphi_*(A_1) \subseteq B_{m_1}$$

$$U \varphi_*(A_1) U^* \subseteq B_{m_1}$$

$$A \cup U \varphi_*(A_1) U^* \subseteq B_{m_1}$$

$$\varphi_*(A_1) \subseteq B_{m_1}$$

$$(\varphi_*(A_1) \approx 1_{B_1}) \quad (\text{גמר})$$

$$\varphi: A \rightarrow B$$

$$\varphi_* = \alpha$$

$$\varphi_*(A) \subseteq B_{m_1}$$

נניח

(approximate unitary equivalence)

$$\varphi, \psi: A \rightarrow B$$

$$\varphi_* = \psi_*$$

$$\varphi_* = \psi_*$$

$$U_n \in B$$

$$\varphi(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} U_n \psi(a) U_n^* \quad \epsilon$$

$$a \in A$$

$$\|v - u\| < \frac{1}{4}$$

$$\|Ad v \circ \alpha_{\kappa, n_2}^A \circ \gamma_2 \circ \varphi_1(x) - x\| < \frac{1}{2} \|x\|$$

לכן,  $x \in A_1$  נבחר,  $\varphi_1(p) \sim p$   
 $\alpha_{\kappa, n_2}^A \circ \gamma_2 \circ \varphi_1(p) \sim p$   
 אכן,  $\alpha_{\kappa, n_2}^A$  איננו אג'קטור

$$\left( \alpha_{\kappa, n_2}^A \circ \gamma_2 \circ \varphi_1 \right) x = \alpha_{\kappa, n_2}^A x = \kappa \circ (A_1) - \kappa \circ (A_2)$$

ע"כ,  $n_2$  אינו עקביות  
 לכן,  $n_2 = \kappa$  אינו עקביות

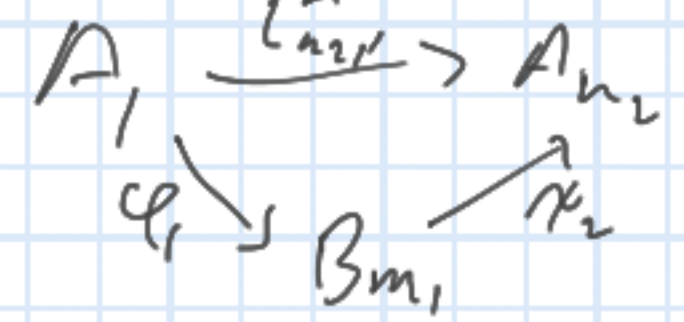
$$(\gamma_2 \circ \varphi_1) x = \alpha_{n_2}^A x$$

מהיכרות מוכח,  $A_{n_2}$  אינו עקביות

מכאן,  $A_{n_2}$  אינו עקביות

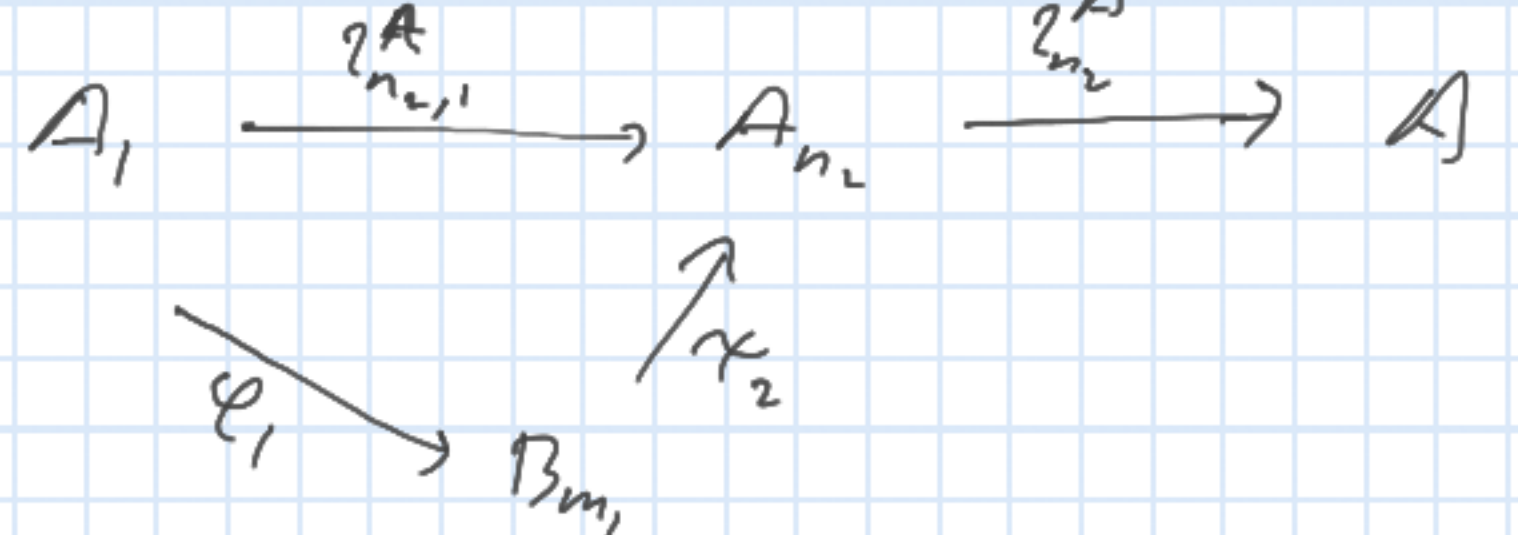
$$Ad w \circ \gamma_2 \circ \varphi_1 = \alpha_{n_2}^A$$

אם כן, נתקבל כי  $\gamma_2$  אינו עקביות



במקרה הכולל, וניקח  
 האם ישנה התאמה?

כמו כן, נראה,  $n_2$  אינו עקביות  
 $\alpha_{n_2}^A \circ \gamma_2 x = \alpha_x^{-1} \circ \alpha_{n_2}^B$



ההתאמה היא פשוט דווקא מתאימה,  
 סתם יודע פשוט  $\alpha_{n_2}^A \circ \gamma_2 \circ \varphi_1 x = \alpha_{n_2}^A x$

ולכן קיים אינדיקטור  $n$  כך ש-

$$Ad w \circ \alpha_{n_2}^A \circ \gamma_2 \circ \varphi_1 = \alpha_{n_2}^A$$

וזה פשוט דווקא נראה כי  $A_{n_2}$

אם לא, דווקא בשום אופן איננו מתאימה  $A_{n_2}$ .

אם כן, קיים אפילו משפט קטן

לשם כך, אינדיקטור  $v$  כי  $A_{n_2}$  אינו עקביות



$\varphi, \rho: A \rightarrow B$  נרצה לדעת

בהם  $\varphi_x = \rho_x$  - כל  $x \in A$  נקראים

$$(\varphi \circ \tau_n^A)(x) = (\rho \circ \tau_n^A)(x)$$

$u_n \in B$  ו- $\tau_n^A$  הם איזומורפיזמים

$$A \xrightarrow{\tau_n^A} B \xrightarrow{\varphi} A \xrightarrow{\tau_n^A} B \xrightarrow{\rho} A$$

$$u_n \varphi(x) u_n^{-1} = \rho(x)$$

$x \in A_n$

בהם  $x \in \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  (כל  $x$ )

$$u_n \varphi(x) u_n^{-1} = \rho(x)$$

בהם  $\rho$  איזומורפיזם

אם  $x \in A_k$  ו- $u_n \in B$

כל  $x \in A$  ו- $u_n \in B$

$$u_n \varphi(x) u_n^{-1} \rightarrow \rho(x)$$

כאשר  $\tau_n^A$  איזומורפיזם

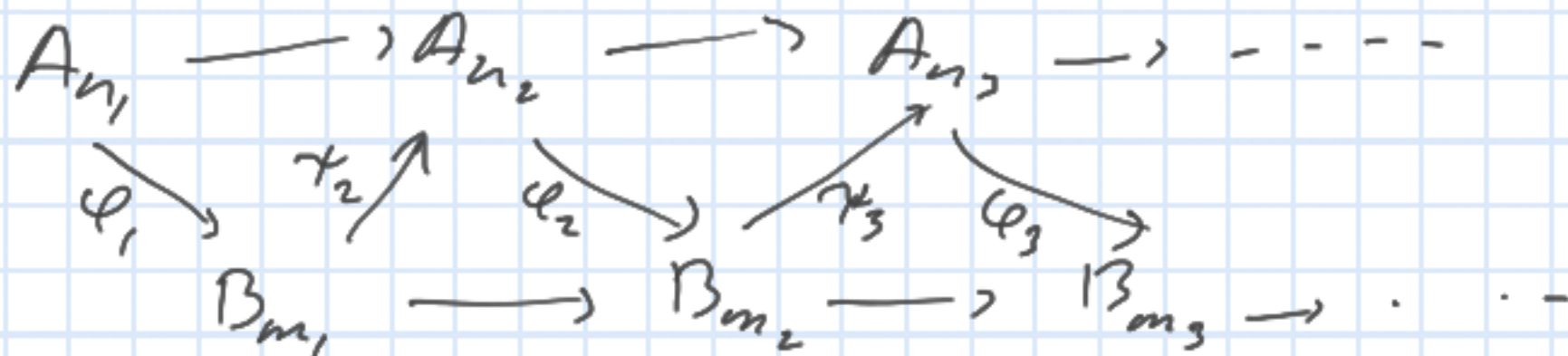
$$m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq \dots$$

$$1 = n_1 \leq n_2 \leq n_3 \leq \dots$$

$$\varphi_k: A_{n_k} \rightarrow B_{m_k}$$

$$\tau_{k+1}: B_{m_k} \rightarrow A_{n_{k+1}}$$

כל האיזומורפיזמים הם



האיזומורפיזמים

הם איזומורפיזמים

האיזומורפיזמים

דוגמה לתכונה מתורבת!  $\hookrightarrow$  נאמר

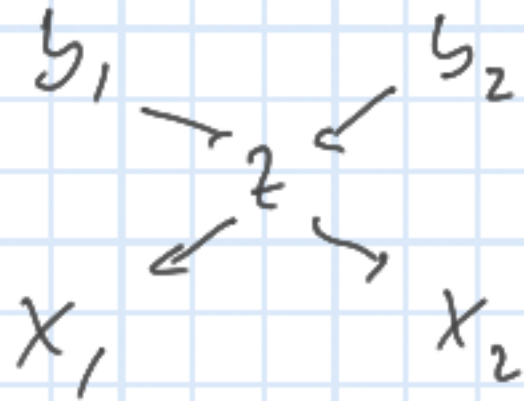
האינדיקס הדיפרנציאלי

$\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$

נוכח: קבוצה סדורה חלקית

מקיימת את תכונת האינדוקציה

של Riesz אם



לכל  $y_1, y_2, x_1, x_2$

קיים  $x_3 \geq x_1, x_2$

ש  $y_1, y_2 \leq x_3$

קיים  $z \geq x_1, x_2$

ש  $z \geq x_1, x_2$

הערה: במקרה של  $A$  ו- $B$  סוף וקטן,

ישנו ממש דומה, נושא במקום

למשל  $[a, b]$ ,  $[a, b)$

כפי שזכרנו שמוקדם גסקולות של

חלקים ב- $A$  יאלחו ע"י  $\alpha$

לכונות מוקדם גסקולות של

האלמנט  $B$ .

ההוכחה זו דומה - לא נבצע

ע"י בנה

הערה: תכונה אנליטית סדוקה חלקית

היא למ מתורבת unperforated

אם סדרים עניי  $\varphi$  בתכונה

יהא אגז' שבו  $\varphi$  סדרים

Eftros - Handelman - Shen      Gen

תכורה אלוף סדורה אלוף גב מוג  
היו אינאוינפת למכוב סא ש  
אלקכב AF אס נרק אק היס  
לס מחכב ומקויית אל גבוב  
גאילר/דיה ש כוס.

(לס נוכח אט ע)

תכונה: אק  $X$  קרובת קטלר אט  
 $\mathcal{K}_0(C(X)) \cong C(X, \mathbb{Z})$

!  $\mathcal{K}_0(C(X))$  אס המקרוו-  
באלו צוכי קוויים.