

יש להגיש את הפתרונות עד יום חמישי בשעה 17:30 בשבוע שאחרי זה בו המטלה ניתנה. מותר לפתור ולהגיש בזוגות.

שאלות להגשה

1. הוכח את הטענות הבאות (ללא שימוש במשפט השלמות):

$$\neg\neg x \vdash x \quad (\text{א})$$

$$x \vdash \neg\neg x \quad (\text{ב})$$

$$\neg x \vdash \langle x \rightarrow y \rangle \quad (\text{ג})$$

$$x, \neg y \vdash \neg \langle x \rightarrow y \rangle \quad (\text{ד})$$

(בשני האחרונים השתמשנו בהוכחת משפט השלמות)

2. נניח ש- $x \in \mathcal{F}(P_1)$ ו- $y \in \mathcal{F}(P_2)$, כאשר P_i שתיהן מוכלות בקבוצה P , ונסמן $P_0 = P_1 \cap P_2$. נניח ש- $\vdash \langle x \rightarrow y \rangle$. הוכיחו שקיים פסוק $z \in \mathcal{F}(P_0)$, כך ש- $\langle x \rightarrow z \rangle \wedge \langle z \rightarrow y \rangle$.

רמז:

1. נניח ש- a (פסוק המייצג) אטום מעל P_0 ונסמן ב- ω את ההשמה ל- $\mathcal{F}(P_0)$ עבורה $\omega(a) = 1$. נניח ש- P קבוצה המכילה את P_0 . הוכיחו שאם b פסוק מעל P כך ש- $\omega_1(b) = 0$ לכל הרחבה ω_1 של ω , אז $b \vdash \neg a$.

2. בתנאים של השאלה, הוכיחו שמספיק להראות ש- y נובע לוגית מ-

$$\Gamma = \{u \in \mathcal{F}(P_0) \mid x \models u\}$$

3. נניח שעבור השמה ω ל- P_2 מתקיים $\omega(y) = 0$. מה אפשר לומר על $\omega_1(x)$, כאשר ω_1 הרחבה כלשהי ל- P_1 של הצמצום של ω ל- P_0 ?