

# מבוא לתורת הסינגולריות, מועד ב.

## אוניברסיטת בן גוריון

מספר הקורס: 201.1.0361	כללים: אסור לכתוב בצבע אדום.
מרצה: ד.קרנר	הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות
תאריך: 13.08.2017	ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך).
משך המבחן: 3 שעות	בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".
ניקוד: פתרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות)	
הבחינה מותרת לפרסום	
אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוני	

יש לנמק היטב את כל התשובות.

- (1) Compute the Milnor number (at the origin) of the function  $f = y^2 - yx^n - x^{2n}$ .
- (2) Given the elements  $f_t = x^p + y^q + z^r + txyz \in \mathbb{C}[[x, y, z]]$ , with  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} < 1$ . Prove that all the germs  $\{f_t\}_{t \neq 0}$  are  $\mathcal{K}$ -equivalent.
- (3) Prove: if  $f \in \mathbb{C}\{x_1, \dots, x_n\}$  is weighted homogeneous then  $\mu(f) = \tau(f)$ .
- (4) Suppose  $f \in \mathbb{C}\{x_1, \dots, x_n\}$  defines an isolated hypersurface singularity at the origin. Suppose the Milnor ideal is radical. What are the possible equivalence types of  $f^{-1}(0)$ ?
- (5) Compute the intersection multiplicity of the germs  $\{y^p = x^q\}, \{x^p = y^q\} \subset (\mathbb{C}^2, 0)$  at the origin. (Here  $p, q$  are not necessarily co-prime.)
- (6) Resolve the curve singularity  $(C, 0) = \{(y^2 - x^3)(x^2 - y^3) = 0\} \subset \mathbb{C}^2$ . Draw the resolution (the strict transforms and the exceptional loci), indicate the multiplicities of the exceptional loci.

בהצלחה!