

אלגברה לינארית להנדסת מכונות, בחינה מועד ב.

אוניברסיטת בן גוריון

<p style="text-align: center;"><u>כללים</u>: אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".</p>	<p>מספר הקורס: 201.1.9321 מרצה: ד.קרנר מתרגלים: י.דיקשטיין, א.פלד תאריך: 09.08.2016 משך הבחינה: 3 שעות ניקוד: פתרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות) אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוני</p>
--	--

יש לנמק היטב את כל התשובות.

(1) (א) (15) פתרו את המשוואה: $|z - 1 + i| = |z + 1 - i|$.

(2) (ב) (10) הוכיחו/הפריכו (ע"י דוגמא נגדית): עבור כל $\lambda \in \mathbb{C}$ וכל $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{C})$ מתקיים:

$$\det(AB - \lambda I) = \det(A - \lambda I)\det(B - \lambda I).$$

(2) (א) (15) נגדיר תת-מרחב וקטורי $V \subset \mathbb{C}_{\leq 10}[x]$ $V := \{p(x) \mid p(-x) = p(x), p(0) = 0 = p'(0)\}$ חשבו את המימד של V . מצאו בסיס למרחב משלים של V .

(2) (ב) (10) תהי \langle, \rangle מכפלה פנימית על \mathbb{R}^2 שעבורה וקטורים $(2,1), (1,2)$ מהווים בסיס אורתונורמלי. חשבו $\langle \hat{x}, \hat{y} \rangle$ כאשר $\hat{x} = (1, 0), \hat{y} = (0, 1)$.

(3) יהי V מרחב וקטורי ממימד סופי ו $V \xrightarrow{T} V$ העתקה לינארית שהיא על ומקימת: $T^2 = T$. הוכיחו/הפריכו (ע"י דוגמא נגדית)

(א) (10) $\ker(T) = \{0\}$

(ב) (10) $T = Id$, כלומר T - העתקת הזהות.

(4) תהי $\mathbb{R}^2 \xrightarrow{T} \mathbb{R}^2$ העתקת שיקוף ביחס לישר $y = -x$, ותהי $\mathbb{R}^2 \xrightarrow{S} \mathbb{R}^2$ העתקת היטל על ציר x .

(א) (15) מצאו את המטריצה המייצגת של $S \circ T$ בבסיס הסטנדרטי של \mathbb{R}^2 .

(ב) (15) מצאו את הערכים העצמיים ווקטורים עצמיים של $S \circ T$, ואת הריבויים האלגבריים/גאומטריים המתאימים.

האם העתקה $S \circ T$ ניתנת ללכסון? אם כן, מצאו בסיס מלכסן של $S \circ T$ ואת המטריצה המייצגת בבסיס זה.

בהצלחה!

נוסחאות שימושיות: $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$, $\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$, $\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}, \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta), \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\cos(x) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}, \sin(x) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \ln(1+x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}, (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$