

מבוא לטופולוגיה, בוחן אמצע.

אוניברסיטת בן גוריון

<p>כללים : אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של...".</p>	<p>מספר הקורס: 201.1.0091 מרצה: ד.קרנר תאריך: 09.06.2016 משך הבחינה: 3 שעות ניקוד: פתרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות)</p> <p>אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוני</p>
---	---

בכל השאלות: תשובה "כן" דורשת הוכחה, תשובה "לא" - הסבר מפורש/דוגמא נגדית

(1) האם המרחבים הטופולוגיים הבאים הומאומורפיים?

$$Y = \{x^2 + y^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^3, X = \{x^2 + y^2 = z^2\} \subset \mathbb{R}^3 \quad (10) \text{ (א)}$$

$$Y = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^3, X = \{0 \leq x^2 + y^2 = z < 1\} \subset \mathbb{R}^3 \quad (10) \text{ (ב)}$$

(2) (א) (25) באילו מהטופולוגיות $\mathcal{T}_{\prod_{i=1}^{\infty} \mathbb{R}}^{box}$, $\mathcal{T}_{\prod_{i=1}^{\infty} \mathbb{R}}^{uniform}$, $\mathcal{T}_{\prod_{i=1}^{\infty} \mathbb{R}}^{product}$ סדרה $\{x_i^{(n)} = \frac{1}{(i \cdot n)^{i \cdot n}}\}_{i,n}$ מתכנסת?

(2) (ב) (25) האם תת-קבוצה $X = \{ \{x_\alpha\}_\alpha \mid x_\alpha \in \mathbb{Q} \} \subset \prod_{\alpha \in A} \mathbb{R}_\alpha$ עבור מספר אינסופי של ערכים של α קשירה ב $\mathcal{T}_{\prod_{\alpha} \mathbb{R}}^{product}$? (כאן A קבוצה אינסופית).

(3) (א) (10) תהי $A \subset \mathbb{R}^n$ תת-קבוצה חסומה ו $A \subset U \subset \mathbb{R}^n$ סביבה פתוחה. האם U בהכרח מכילה איזושהי $-\epsilon$ סביבה \mathcal{U}_ϵ ? (תזכורת: $\mathcal{U}_\epsilon := \{x \in \mathbb{R}^n \mid d(x, A) < \epsilon\}$)

(2) (ב) (20) האם מרחב $\prod_{i=1}^{\infty} [0, 1]$ הנו קומפקטי מקומי ביחס ל $\mathcal{T}_{\prod_{i=1}^{\infty} [0,1]}^{uniform}$?

בהצלחה!