

חזו"א 2 למכונות, 201-1-9721

אביב 2017. תרגיל בית מס' 0.

התרגיל הינו תרגיל רענון (חומר של חזו"א 1 ושל ביה"ס).

1. מצאו נקודת החיתוך של ישרים: $\{2x + 3y = 1\}, \{3x + ay = 2\}$. עבור איזה a הישרים מקבילים?

2. ציירו גרפים של פונקציות הבאות: $f(x) = -2(x-3)^2 + 4$. i, $f(x) = x^{2n+1}$. ii, $f(x) = x^{2n}$. iii, $f(x) = \sqrt[n]{x}$. iv, $f(x) = |1-x| + |1+x|$. v, $f(x) = [x]$ (החלק השלם). vi, $f(x) = (-1)^{[x]}$. vii, $f(x) = x - [x]$. viii.

3. מצאו גבולות (או הוכיחו כי אינם קיימים):

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{x^2 + x^3}$, ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{e^{|x|} - 1}$, iii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{(x-1)^2}$, iv. $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \tan \frac{x}{2}$, v. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{6}{x^2 + x + 2})^{2x^2 + 5}$, vi. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{1-x}$.

4. בכל אחד מהסעיפים הבאים מצאו את הערך של a שעבורו הפונקציה היא רציפה בכל התחום:

i. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & : x < 3 \\ 2ax & : x \geq 3 \end{cases}$, ii. $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} & : x < 0 \\ x + a & : x \geq 0 \end{cases}$, iii. $f(x) = \begin{cases} (1 + ax^2)^{\frac{2}{x^2}} & : x \neq 0 \\ e^{a^2 + 1} & : x = 0 \end{cases}$.

5. בדקו באילו נקודות הפונקציות הבאות גזירות? גזירות פעמים?

i. $f(x) = |x| \sqrt{|x|}$, ii. $f(x) = |x|^{\frac{7}{3}}$, iii. $f(x) = \arctan(\frac{1}{x})$, iv. $f(x) = \arccos(\sqrt{1-x^2})$, v. $f(x) = 5 \tan(\ln(x))$, vi. $f(x) = \begin{cases} x^3 & : x < 5 \\ x^2 + 65x - 225 & : x \geq 5 \end{cases}$, vii. $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & : x \neq 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$.

6. חשבו נגזרות של פונקציות הבאות:

i. $f(x) = \ln(1 + \cos^2(x))$, ii. $f(x) = \sin(x)^{\cos(x)}$, iii. $f(x) = \arcsin(x)$, iv. $f(x) = \arctan(x)$.

7. עבור הפונקציות הבאות מצאו תחומי עליה/ירידה, נקודות קיצון (מקומי/מוחלט), נקודות פיתול, תחומי קמירות/קעירות, אסימפטוטות וציירו את הגרפים:

i. $f(x) = |x|^\alpha$, $\alpha > 0$, ii. $f(x) = \sqrt[\alpha]{1 - |x|^\alpha}$, $\alpha > 0$, iii. $f(x) = e^{2x} - e^{-x}$, iv. $f(x) = \frac{\cos(x)}{2 + \sin(x)}$, v. $f(x) = \arcsin(\frac{1}{1+x^2})$, vi. $f(x) = \frac{x^2 + 7x + 3}{x^2}$, vii. $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$.

8. חשבו את האינטגרלים הבאים:

i. $\int \frac{dx}{3x^2 + 2x + 5}$, ii. $\int \frac{5x-1}{\sqrt{7-6x-x^2}} dx$, iii. $\int \frac{(2x+1)dx}{\sin^2(x^2+x+3)}$, iv. $\int \frac{\sqrt{\ln(3x+1)}}{3x+1} dx$, v. $\int \frac{x+2}{x\sqrt{x+1}} dx$ ($t^2 =$

vi. $\int \arcsin(x) dx$, vii. $\int \frac{x+1}{\cos^2 x} dx$, viii. $\int e^x \ln(e^x + 1) dx$, ix. $\int \frac{dx}{(x^2+5)(x^2-1)}$, x. $\int \frac{x^5-x+1}{(x^2-4)x} dx$

xi. $\int \frac{x^2+x-1}{x^2(x-2)} dx$, xii. $\int \frac{x^4+3}{x^4-1} dx$, xiii. $\int \frac{dx}{(\cos x + \sin x)^2}$, xiv. $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$, xv. $\int \sin 5x \sin 6x dx$

xvi. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1+x}$, xvii. $\int \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{x} + \sqrt[6]{x}} dx$, xviii. $\int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx$, xix. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$, xx. $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$

xxi. $\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{\sqrt{x}} dx$, xxii. $\int_0^{\frac{1}{2}} x \sqrt{1-x^2} dx$, xxiii. $\int_{\sqrt{3}}^3 \frac{1}{x^4-1} dx$, xxiv. $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x + x \ln^2(x)} dx$, xxv. $\int_0^1 \frac{|x-1|}{|x-2|+3} dx$

9. חשבו את השטח של התחומים הבאים: i. $\{y \leq (x+2)^2, y \leq 4-x, y \geq 0\}$.ii. $\{x \geq -3y^2, x \leq 2-5y^2\}$.iii. $\{y \leq e^x, y \geq e^{-x}, x \leq 2\}$.

10. חשבו את השטח של התחום החסום ע"י העקומות $x = \frac{\pi}{2}, x = 0, y = \sin(x), y = \frac{1}{2}$.

11. חשבו את הנפח של גוף הסיבוב המתקבל ע"י סיבוב של התחום הנתון סביב הציר הנתון:

i. $\{X\text{-ציר ה-} X, y \leq \sin 2x, y \geq 0, x \in [0, \frac{\pi}{2}]\}$

ii. $\{X\text{-ציר ה-} X, y \leq x, y \leq \frac{1}{x}, y \geq 0, x \leq 2\}$

iii. $\{Y\text{-ציר ה-} Y, y \geq x^2, 8x \geq y^2\}$.

12. חשבו את האורך של העקומות הבאות:

i. $\{y = \ln \sin x, x \in [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]\}$.ii. $\{y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, x \in [0, 1]\}$

13. בדקו את ההתכנסות או ההתבדרות של האינטגרלים הבאים:

i. $\int_0^\infty \frac{x}{\sqrt{x^4+1}} dx$.ii. $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx$.iii. $\int_0^\infty \frac{1}{e^{\sqrt{x}}} dx$