

# חדו"א 2 למכונות, 201.1.9721

אביב 2017. תרגיל בית מס' 3.

(1) ציירו/מיינו את קווי גובה (רמה) עבור פונקציות הבאות. השתמשו בקווים האלו כדי להבין/לשחזר את הגרפים של הפונקציות.

$$f(x, y) = x + y \quad \text{i} \quad , f(x, y) = \frac{x}{y} \quad \text{ii} \quad , f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2} \quad \text{iii} \quad , f(x, y) = \sqrt{xy} \quad \text{iv} \\ f(x, y) = |x| + y \quad \text{v} \quad , f(x, y) = |x| + |y| - |x + y| \quad \text{vi} \quad , f(x, y) = \min(|x|, |y|) \quad \text{v} \\ f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2} \quad \text{vi} \quad , f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad \text{vii} \quad , f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2} \quad \text{viii} \quad , f(x, y) = \frac{y^2 + x^2 - 1}{x^2 + 4} \quad \text{ix}$$

(2) מיינו/תארו/ציירו את משטחי רמה של פונקציות הבאות:

$$f(x, y, z) = (x + y)^2 + z^2 \quad \text{i} \quad , f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 - z^2 - 3} \quad \text{ii} \quad , f(x, y, z) = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x^2 + z^2}} \quad \text{iii}$$

$$(3) \quad \text{בדקו את קיום/חשבו את הגבולות הבאים:} \quad \text{i} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^3}{x^2 + y^2} \quad , \quad \text{ii} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2 + x^3)}{x^2 + y^2} \\ \text{iii} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{x} \quad , \quad \text{iv} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(x + e^y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad , \quad \text{v} \quad \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^4 + y^4 + z^4}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

(4) הוכיחו כי פונקציה  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x} : x \neq 0 \\ 0 : x = 0 \end{cases}$  רציפה לאורך כל ישר דרך הראשית, אך לא רציפה בראשית. האם הפונקציה חסומה?

(5) בדקו רציפות של הפונקציות הבאות:

$$\text{i} \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{|x|^3 + |y|} : (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 : (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{ii} \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)(y-2)^2}{(x-1)^2 + \sin^2(y-2)} : (x, y) \neq (1, 2) \\ 0 : (x, y) = (1, 2) \end{cases}$$

(6) עבור פונקציות הבאות תחום הגדרה הוא לא  $\mathbb{R}^2$  כולו, עקב אילוצים של  $\frac{1}{(\cdot)}$ ,  $\ln(\cdot)$ . לאיזה תחום (הגדול ביותר) ניתן להרחיב את תחום הגדרה כך שפונקציה תישאר רציפה? (למשל, ניתן להרחיב את תחום הגדרה של  $\frac{\sin(x)}{x}$  ל  $\mathbb{R}^1$  כולו).

$$\text{i} \quad f(x, y) = \frac{x+y}{x-y} \quad \text{ii} \quad f(x, y) = x \cdot \ln(x^2 + 3y^2) \quad \text{iii} \quad f(x, y) = y \sin \frac{1}{x} \quad \text{iv} \quad f(x, y) = \frac{x}{y} e^{-y^2} \\ \text{v} \quad f(x, y) = e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}} \quad \text{vi} \quad f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 1}}{x - y} \quad \text{vii} \quad f(x, y, z) = \frac{\sin(x+y+z) - \sin(x+y-z)}{z}$$

(7) תהי  $f(x, y) = \ln(5 - x^2 - y^2) \sqrt{y^2 - 4}$ . מצאו ושרטטו את תחום ההגדרה (התחלתי). שרטטו את קו רמה בגובה 0. באילו נקודות הפונקציה רציפה?

$$\text{בדקו את קיום/חשבו את הגבולות הבאים:} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,-2)} f(x, y) \quad , \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,\sqrt{5})} f(x, y) \quad , \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} f(x, y)$$