

חזר"א 2 למכונות, 201.1.9721

אביב 2017. תרגיל בית מס' 8.

(א) ציירו את תחום האינטגרציה והחליפו את סדר האינטגרציה במקרים הבאים:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 f(x, y, z) dz \quad \text{ii} \quad \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{x+y} f(x, y, z) dz \quad \text{i}$$

(ב) החליפו את סדר האינטגרציה כך שתתאפשר אינטגרציה פנימית ובסוף יישאר אינטגרל רגיל (במשתנה אחד)

$$\int_{-\sqrt{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} dx \int_{-\sqrt{\frac{\pi}{2}-x^2}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}-x^2}} dy \int_{\frac{\frac{\pi}{2}-x^2-y^2}{2}}^{\cos(x^2+y^2)} f(z) dz \quad \text{ii} \quad \int_0^1 dx \int_{x^3}^{\sqrt[3]{x}} dy \int_{y^4}^{\sqrt[4]{y}} f(z) dz \quad \text{i}$$

(2) ציירו את הגופים הבאים וחשבו את הנפחים שלהם. תנסו לחשב בכמה שיותר דרכים שונות (כדוריות, גליליות, מעבר

לאינטגרל חוזר)

$$V = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq z \leq ax^2 + by^2 \\ x^2 + y^2 \leq 3 \end{array} \right\} \quad \text{iii} \quad V = \left\{ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\} \quad \text{ii} \quad V = \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \\ 0 \leq z \leq x^2 + y^2 + \frac{3}{4} \end{array} \right\} \quad \text{i}$$

$$V = \left\{ \begin{array}{l} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{array} \right\} \quad \text{v} \quad a > 1, V = \left\{ \begin{array}{l} z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0 \leq z \leq ax^2 + ay^2 \end{array} \right\} \quad \text{iv}$$

$$a > 0, V = \{a(x^2 + y^2) \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\} \quad \text{vii} \quad V = \left\{ \begin{array}{l} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \leq 1 \\ 0 \leq x, y, z \leq 1 \end{array} \right\} \quad \text{vi}$$

$$V = \{|x| + |y| + |z| \leq 1\} \quad \text{x} \quad V = \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq r^2, \\ 0 \leq z \leq xy \end{array} \right\} \quad \text{ix} \quad V = \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \\ x^2 + y^2 \leq x \end{array} \right\} \quad \text{viii}$$

$$u = x + 2y + 3z,$$

$$(v = 2x + 3y + z, \text{ רמז: } V = \{|x + 2y + 3z| + |2x + 3y + z| + |3x + y + 2z| \leq 1\} \quad \text{xi}$$

$$w = 3x + y + 2z$$

$$V = \left\{ \begin{array}{l} -xy \leq z \leq xy \\ \sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} \leq 1 \end{array} \right\} \quad \text{xiii} \quad V = \left\{ \begin{array}{l} -\sqrt{1-x^2-y^2} \leq z \leq 1-x^2-y^2 \\ (x-\frac{1}{2})^2 + y^2 \leq \frac{1}{4} \end{array} \right\} \quad \text{xii}$$

(3) חשבו את האינטגרלים

$$V = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq z \leq 2 \\ \frac{x}{3} \leq z \leq \frac{x}{2} \\ \frac{y^2}{4} \leq z \leq y^2 \end{array} \right\}, \iiint_V zye^{x+y^2} dx dy dz \quad \text{ii} \quad \iiint_{0 \leq z \leq x^2+y^2 \leq 4} (z + \sqrt{x^2+y^2}) dx dy dz \quad \text{i}$$

$$\iiint_{\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 6-x^2-y^2} z dx dy dz \quad \text{iv} \quad (\text{רמז: } z = w^4c, y = v^4b, x = u^4a), \quad \iiint_{\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} + \sqrt{\frac{z}{c}} \leq 1} xyz dx dy dz \quad \text{iii}$$

(4) במקרים הבאים חשבו את המסת הגוף בעל צפיפות נתונה:

$$\rho = 1, V = \left\{ \begin{array}{l} y^2 + z^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{array} \right\} \quad \text{ii} \quad \rho = x, V = \left\{ \begin{array}{l} x \leq y \leq x\sqrt{3} \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \end{array} \right\} \quad \text{i}$$

$$\rho = 1, V = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq z \leq \cos(x)\cos(y) \\ |x+y| \leq \frac{\pi}{2}, |x-y| \leq \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \quad \text{iv} \quad \rho = z^2 + 1, V = \left\{ \begin{array}{l} z^2 \leq x^2 + y^2 + 1 \leq 2 \end{array} \right\} \quad \text{iii}$$