

אתגר 11

- (1) תהי $\gamma: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^n$ מסילה גזירה ברציפות. הוכיחו כי
(א) אם $A \in M_n(\mathbb{R})$ מטריצה אורתוגונלית אז האורך של γ שווה לאורכה של $T_A \circ \gamma$ כאשר $T_A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ היא ההעתקה האורתוגונלית המוגדרת ע"י $T_A(v) = Av$;
(ב) האורך של γ הוא לפחות $\|\gamma(0) - \gamma(1)\|$. רמז: הראו כי קיימת מטריצה אורתוגונלית עבורה $A(\gamma(0) - \gamma(1))$ מקביל לאחד הצירים והוכיחו את הטענה עבור המסילה $T_A \circ \gamma$.
- (2) הוכיחו כי לכל $M > 0$ קיים $\epsilon > 0$ כך שאורך הגרף של הפונקציה $x \sin \frac{1}{x}$ בקטע $[\epsilon, 1]$ הוא לפחות M . הסיקו מזה שלא לכל מסילה רציפה יש אורך.