



חדו"א וקטורי להנדסת חשמל: תרגיל 12

המרצים: ישי דן-כהן, איליה טיומקין ודמיטרי קרנר.

תרגילים מספר הקורס

מס' עמוד	מס' שאלה
328	7.35, 7.34
329	7.39, 7.37, 7.36
330	7.44, 7.42, 7.41
332	7.50, 7.49

תרגילים נוספים

(1) חישוב את האינטגרלים המשטחיים הבאים:

(א) $\int_S (x + y + z) d\sigma$ כאשר $S \subset \mathbb{R}^3$ הוא החצי העליון ($z \geq 0$) של ספרה ברדיוס 2019 סביב הראשית;

(ב) $\int_S \frac{d\sigma}{(1+x+y)^2}$ כאשר $S \subset \mathbb{R}^3$ פני הפירמידה $x + y + z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;

(ג) $\int_S F \cdot N d\sigma$ כאשר $S \subset \mathbb{R}^3$ נתון ע"י $x^2 + y^2 = z^2$ ו- $1 \geq z \geq \epsilon$, N הוא הנורמל החיצוני למשטח S ו-
 $F(x, y, z) = (y - z, z - x, x - y)$

(ד) $\int_S P dydz + Q dzdx + R dx dy$ כאשר $S \subset \mathbb{R}^3$ הוא הצד החיצוני של הקובייה $0 \leq x, y, z \leq 1$ והפונקציות
 $P(x, y, z) = \sin x, Q(x, y, z) = e^y, R(x, y, z) = z^2$ נתונות ע"י

(2) חישוב את המסה של ספרת היחידה סביב $(0, 0, 3)$ אם ידוע שצפיפות המסה ליחידת שטח היא $\delta(x, y, z) = z$.

(3) חישוב את השתף של השדה $F(x, y, z) = (x, y, z)$ דרך פני התחום החסום ע"י $x^2 + y^2 = 1, -2 \leq z \leq 1$ בעל נורמל חיצוני.

(4) נתבונן בספרת היחידה $S \subset \mathbb{R}^3$ עם מרכז בראשית, ותהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה. הוכיחו כי

$$\int_S f(cz) d\sigma = 2\pi \int_{-1}^1 f(cu) du \quad \text{כאשר } c \in \mathbb{R}$$

(ב) (תרגיל קשה יותר) הוכיחו את נוסחת פואסון: $\int_S f(W \cdot X) d\sigma = 2\pi \int_{-1}^1 f(\|W\|u) du$ לכל $W \in \mathbb{R}^3$. היעזרו

בתרגיל 7.34 בספר, ע"מ לתת פירוש גיאומטרי לנוסחת פואסון. רמז: לצורך ההוכחה, בחרו בסיס אורתונורמלי

$(W_1, W_2, W_3) \subset \mathbb{R}^3$ כך ש- $W = cW_3$ עבור $c \in \mathbb{R}$ כלשהו, והיעזרו בקואורדינטות ספריות ביחס לבסיס זה, כלומר

$$(\theta, \phi) \mapsto \sin \phi \cos \theta W_1 + \sin \phi \sin \theta W_2 + \cos \phi W_3$$