

# חדו"א וקטורי להנדסת חשמל: תרגיל 4

המרצים: ישי דן-כהן, איליה טיומקין ודמיטרי קרנר.

## תרגילים מספר הקורס

מס' עמוד	מס' שאלה
112	3.4, 3.3, 3.2
113	3.8, 3.6
115	3.14, 3.12, 3.11
118	3.17, 3.16

## תרגילים נוספים

(1) הוכיחו כי

(א) קבוצה  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  פתוחה אם ורק אם  $D \cap \partial D = \emptyset$ ;

(ב) קבוצה  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  פתוחה אם ורק אם המשלים  $\mathbb{R}^n \setminus D$  הוא קבוצה סגורה.

(2) לגבי כל אחת מהקבוצות הבאות ב- $\mathbb{R}^n$  קבעו אם היא פתוחה/סגורה/קומפקטית/חסומה/קשירה מסילתית. את התשובות יש לכתוב בצורת טבלה, אין צורך לנמק:

(א)  $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 - z^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^3$  היפרבולואיד חד-יריעתי

(ב)  $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 - z^2 = -1\} \subset \mathbb{R}^3$  היפרבולואיד דו-יריעתי

(ג) אליפסואיד מלא  $\{(x, y, z) \mid x^2 + 2y^2 + 3z^2 < 1\} \subset \mathbb{R}^3$

(ד) פני כדור (ספירה)  $S^n = \{X \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \|X\| = 1\} \subset \mathbb{R}^{n+1}$

(ה)  $\mathbb{Q}^n \subset \mathbb{R}^n$

(ו) טורוס  $S^1 \times S^1 = \{(x, y, z, w) \mid x^2 + y^2 = z^2 + w^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^4$

(ז)  $\{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, \frac{1}{2} \leq x^2 + y^2 \leq 2\} \cup \{(x, y) \mid \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1\} \subset \mathbb{R}^2$

(3) הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(א) איחוד סופי של קבוצות חסומות הוא קבוצה חסומה;

(ב) חיתוך כלשהו של קבוצות פתוחות הוא קבוצה פתוחה;

(ג) אם  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  רציפה ו- $D \subseteq \mathbb{R}^n$  קבוצה סגורה אז  $F(D) \subseteq \mathbb{R}^m$  קבוצה סגורה;

(ד) אם  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  רציפה ו- $D \subseteq \mathbb{R}^m$  קבוצה פתוחה אז  $F^{-1}(D) = \{X \mid F(X) \in D\} \subseteq \mathbb{R}^n$  קבוצה פתוחה.