

חדו"א וקטורי להנדסת חשמל: תרגיל 5

המרצים: ישי דן-כהן, איליה טיומקין ודמיטרי קרנר.

תרגילים מספר הקורס

מס' עמוד	מס' שאלה
128	3.19, 3.18
129	3.21, 3.20
130	3.25
131	3.29, 3.28, 3.27
132	3.32
133	3.34

תרגילים נוספים

1) לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות קבעו אם יש לפונקציה נגזרות חלקיות בראשית, אם היא רציפה בראשית, אם היא דיפרנציאבילית בראשית, ואם היא ממחלקה C^1 :

א) $f(x, y) = x \arctan y$

ב) $g(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$

ג) $h(x, y) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{y}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

2) תהי $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ פונקציה המוגדרת ע"י $F(x, y) = (\int_x^{xy} \cos(t^2) dt, (x^2 + 1)^y)$. מצאו את $DF(x, y)$.

3) תהי $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה דיפרנציאבילית. נתון כי $f(x, y) = 0$ אם $y^2 = x^2 + x^3$. הוכיחו כי $\nabla f(0,0) = 0$.
רמז: הציגו את קו גובה $0 =$ בסביבה של הראשית כאיחוד של גרפים של שתי פונקציות, ומצאו כיווני משיק של הגרפים.

4) נתבונן בפונקציה $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת ע"י $f(x, y) = x^2 + 4y^2$.

א) שרטטו את קוי הגובה של הפונקציה;

ב) מצאו את $\nabla f(x, y)$ בנקודה כללית $(x, y) \neq (0,0)$. היעזרו בגרדיאנט ע"מ למצוא את משוואת הקו המשיק לקו גובה בנקודה $(x, y) \neq (0,0)$;

ג) נמקו למה הירידה הרגעית של f בנקודה (x, y) היא מהירה ביותר בכיוון של $-\nabla f(x, y)$;

בבעיות אופטימיזציה רבות משתמשים בשיטת [מורד הגרדיאנט](#) למציאת מינימום של הפונקציה. למשל שיטה זו היא רכיב חשוב [ברשתות עצביות מלאכותיות](#).

ד) (אתגר השבוע, לא להגשה) נסו לתאר את העקומה על הפרבולואיד $z = x^2 + 4y^2$ לעורכה תנוע טיפת דבש המשוחררת מהנקודה $(2,1,8)$. הערה: מותר להניח שבכל רגע נתון הטיפה נעה בכיוון הירידה המרבית.