

# יסודות תורת הפונקציות המרוכבות להנדסה

## בוזן אמצע.

אוניברסיטת בן גוריון

מספר הקורס: 201.1.0071	כללים: אסור לכתוב בצבע אדום.
תאריך: 17.05.2019	הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך).
משך המבחן: שעותיים	בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".
ניקוד: (סה"כ 100 נקודות)	
מרצים: נ. איידלשטיין, י. שטראוס, ד. קרנר	
מתרגלים: י. דיקשטיין, מ. פורת	
הבחינה מותרת לפרסום אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוני	

יש לנמק היטב את כל התשובות.

(1) (5 נקודות) מצאו את סדר האפס,  $ord_0(f)$ , עבור  $f(z) = \frac{z^7}{\log(1+z^3)-z^3}$ . (הענף הראשי)

(2) (20 נקודות) חשבו  $\int_{\gamma} \frac{dz}{\sqrt[4]{z^3}}$  כאשר  $\gamma = \{|z|=2, 0 \leq \text{Im}(z) \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \text{Re}(z)\} \subset \mathbb{C}$  (בכיוון השעון).  
כאן  $\sqrt[4]{-1} = -1$  הינו הענף האנליטי המקיים

(3) (25 נקודות) תהי  $f: \text{Ball}_1(0) \xrightarrow{f} \text{Ball}_1(0)$  אנליטית המקיימת:  $f(0)=0$  וגם  $f(z) = f(\frac{1+i}{3}z)$  לכל  $z \in \text{Ball}_1(0)$ .  
חשבו את  $f(\frac{1+i}{3})$ .

(4) (25 נקודות) תהי  $f \in \mathcal{O}(\text{Ball}_1(0))$  המקיימת:  $f''(z) + f(z) = 0, f(0) = 0, f'(0) = 1$ . הוכיחו:  $f(z) = \sin(z)$ .

(5) (25 נקודות) תהי  $U \subset \mathbb{C}$  פתוחה ותהי  $U \xrightarrow{f} \mathbb{C}$  לא בהכרח רציפה. נניח ש  $f^2, f^3 \in \mathcal{O}(U)$ . האם בהכרח  $f \in \mathcal{O}(U)$ ?

בהצלחה!