

יסודות תורת הפונקציות המרוכבות להנדסה

מועד א'

אוניברסיטת בן גוריון

מספר הקורס: 201.1.0071	כללים: אסור לכתוב בצבע אדום.
תאריך: 11.07.2019	הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון,
משך המבחן: 3 שעות	לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות
ניקוד: (סה"כ 105 נקודות)	ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך).
מרצים: נ. איידלשטיין, י. שטראוס, ד. קרנר	בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות
מתרגלים: י. דיקשטיין, מ. פורת	לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת
הבחינה מותרת לפרסום	דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?",
אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוני	"אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של.."

יש לנמק היטב את כל התשובות.

(1) (10 נקודות) פתחו את $f(z) = \frac{5z-1}{z^2-z-2}$ לטור לורן ב $3 < |z+1| < 4$. מה תחום ההתכנסות של הטור?

(2) (15 נקודות) חשבו $\int_{|z-\frac{1}{2}|=1} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{\sin \frac{1}{z}} dz$.

(3) (20 נקודות) תהי $\mathcal{U} \subset \mathbb{C}$ פתוחה ותהי $\mathcal{U} \xrightarrow{f} \mathbb{C}$ לא בהכרח רציפה. נניח ש $f^2, f^3 \in \mathcal{O}(\mathcal{U})$. הוכיחו: $f \in \mathcal{O}(\mathcal{U})$.

(4) (20 נקודות) מצאו העתקה קונפורמית שמעתיקה את $\mathcal{U} = \{z = x + iy \mid x > y\}$ על $Ball_2(0)$.

(5) (20 נקודות) מצאו את $\sup_{|z| > 1} \left| \frac{2}{z^6} - \frac{3}{z^3} + 1 \right|$ בתחום $\mathcal{U} = \{|z| > 1\}$.

(6) (20 נקודות) נגדיר סדרת פולינומים $\{p_n(z) = \sum_{j=0}^n \frac{z^j}{j!}\}$. הוכיחו שעבור כל $R > 0$ קיים $n_0 \in \mathbb{N}$ כך ש $p_n(z)$ לא מתאפס באף נקודה של $Ball_R(0)$, עבור $n \geq n_0$.

בהצלחה!