

יסודות תורת הפונקציות המרוכבות להנדסה

מועד ב' אוניברסיטת בן גוריון

מספר הקורס: 201.1.0071	כללים: אסור לכתוב בצבע אדום.
תאריך: 02.08.2019	הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך).
משך המבחן: 3 שעות	בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של.."
ניקוד: (סה"כ 105 נקודות)	
מרצים: נ. איידלשטיין, י. שטראוס, ד. קרנר	
מתרגלים: י. דיקשטיין, מ. פורת	
הבחינה מותרת לפרסום	
אין להשתמש בכל הומר עזר, לרבות מחשבוני	

יש לנמק היטב את כל התשובות.

(1) (10 נקודות) חשבו: $\oint_{\partial U} \sin(z) e^{\frac{1}{z}} dz$ עבור $U = \{-2 < x + y < -1, 0 < y - x < 1\}$

(2) (15 נקודות) מצאו העתקה קונפורמית המעתיקה את התחום $\{|z| < 1, \text{Im}(z) > 0\}$ על התחום $\{\text{Re}(z) > 0, \text{Im}(z) > 0\}$.

(3) (20 נקודות) חשבו: $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{5z^9 - 3z^2 + 1}$.

(4) (20 נקודות) תהי $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$ ונניח שעבור כל $z \in \mathbb{C}$ מתקיים: $e^{u(z)} > v(z)$. האם f בהכרח קבועה?

(5) (20 נקודות) יהי $p(z)$ פולינום ממעלה n . נניח שעבור כל $|z| = 1$ מתקיים: $|p(z)| \leq M$. הוכיחו: עבור $|z| \geq 1$ $|p(z)| \leq M|z|^n$.

(6) (20 נקודות) יהי $\log(z)$ ענף אנליטי של לוגריתם המוגדר ב $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_{\leq 0}$ ומקיים $\log(1) = 8\pi i$. כמה פתרונות של משוואה $\log(z) = z^2 + 4$ נמצאים בתוך $Ball_1(2)$? (כדור ברדיוס 2, עם מרכז בנקודה 1)

בהצלחה!