חדו"א 3 לחשמל, בוחן אמצע.

אוניברסיטת בן גוריון

מספר הקורס: 201.1.9631 מרצים: ד .גולקו, י. שטראוס, ד. קרנר תאריך: 20.12.2019 משך המבחן: שעתיים ניקוד: פתרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות) אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבונים	<u>כללים</u>: אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?" , "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".

<u>יש לנמק היטב את כל התשובות.</u>

(1) (א) (10 נקודות) יהיו $\vec{v},\vec{u},\vec{w}\in\mathbb{R}^3$ וקטורים המקיימים: $\vec{v}\cdot(\vec{u}\times\vec{w})=0$. נגדיר מטריצה $A=\begin{bmatrix}\vec{v}\\\vec{u}\\\vec{w}\end{bmatrix}$.

הוכיחו: למערכת משוואות $A\cdot\underline{x}=0$ קיים פתרון לא טריוויאלי.

(ב) (10 נקודות) תהי $\mathbb{R}\xleftarrow{f}\mathscr{D}_f\subseteq\mathbb{R}^n$ דיפרנציאבילית ב $\underline{x}_0$ ונניח שוקטור $\vec{v}$ מאונך לכיוון הירידה התלולה ביותר של f ב $\underline{x}_0$. הוכיחו/הפריכו: $\partial_{\vec{v}}f|_{\underline{x}_0}=0$.

(2) (25 נקודות) תהי $\mathbb{R}\xleftarrow{f}\mathscr{D}_f$ פונקציה רציפה, $\mathscr{D}_f=\{x^2+y^2\leq 1\}\subset\mathbb{R}^2$. ניקח את הגרף שלה $\Gamma_f\subset\mathbb{R}^3$.
תהי $g:\Gamma_f\to\mathbb{R}$ פונקציה רציפה (אחרת). הוכיחו: g מקבלת מינימום/מקסימום על Γ_f.

(3) (25 נקודות) תהי $\mathbb{R}^2\xleftarrow{f}S^2\subset\mathbb{R}^3$, $f(x,y,z)=(x^{17}+y^{101}+zxy,y^{103}-yx^9+z^{19})$ ו $S^2=\{x^2+y^2+z^2=1\}$.
הוכיחו: קיימת מסילה רציפה בין נקודות $(1,0)$, $(-1,0)$ הנמצאת בתוך התמונה $f(S^2)$.

(4) (25 נקודות) תהי $f(x,y)=\frac{sin(x-y)\cdot sin(x+y)}{\sqrt[4]{x^2+y^2}}$. האם ניתן להרחיב את הפונקציה ל $\mathbb{R}^2$ כולו כך שתהיה רציפה ובעלת נגזרות חלקיות מסדר ראשון?

(5) (5 נקודות) תהי $\mathbb{R}\xleftarrow{f}\mathscr{D}_f$ פונקציה רציפה, $\mathscr{D}_f=\{x^2+y^2\leq 1\}\subset\mathbb{R}^2$. נניח ש $inf_{\mathscr{D}_f}(f)<c<sup_{\mathscr{D}_f}(f)$.
הוכיחו: למשוואה $f(x,y)=c$ יש אינסוף פתרונות.

בהצלחה!