

חדו"א 3 לחשמל, מועד א' אוניברסיטת בן גוריון

<p>כללים: אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטייטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".</p>	<p>מספר הקורס: 201.1.9631 מרצים: ד. גולקו, י. שטראוס, ד. קרנר תאריך: 06.02.2020 משך המבחן: 3 שעות ניקוד: פתרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות) אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוני</p>
--	---

יש לנמק היטב את כל התשובות.
בהצלחה!

(1) (8 נקודות) מצאו את הנקודה הסימטרית ל (x_0, y_0, z_0, w_0) ביחס למישור $\mathbb{R}^4 \subset \{(a, b, c, d) \cdot (x, y, z, w) = 1\}$.

(2) (8 נקודות) הוכיחו/הפריכו: אם $\mathcal{U} \subset \mathbb{R}^3$ קבוצה פתוחה, קשירה מסילתית, לא חסומה ולא פשוטת קשר אז $\mathbb{R}^3 \setminus \mathcal{U}$ קבוצה קומפקטית.

(3) (10 נקודות)

(א) הגדירו את המושג: נגזרת כיוונית של פונקציה $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}^n \supseteq \mathcal{D} \xrightarrow{f} \mathbb{R}^n$ בכיוון v בנקודה $x_0 \in \mathcal{D}$
 (ב) פונקציה $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ מוגדרת בקוטביות ע"י $e^{\cos(2\phi)} \cdot \frac{r \cdot \cos^2(\phi)}{r^4 + \cos^4(\phi)}$. האם ניתן להרחיב את תחום הגדרתה ל \mathbb{R}^2 כך שתתקבל פונקציה בעלת נגזרת כיוונית בכל כיוון?

(4) תהינה $\mathbb{R}^3 \xrightarrow{f_1, f_2} \mathbb{R}^2$ פונקציות C^1 . נניח שמשטחים $S_1 = f_1^{-1}(0), S_2 = f_2^{-1}(0)$ חסומים וזרים ($S_1 \cap S_2 = \emptyset$). נניח ש $grad(f_1), grad(f_2)$ לא מתאפסים באף נקודה של S_1, S_2 . נגדיר את המרחק בין המשטחים, $d(S_1, S_2) := \inf\{d(s_1, s_2) \mid s_1 \in S_1, s_2 \in S_2\}$
 (א) (6 נקודות) הוכיחו: קיימות נקודות $s_2 \in S_2, s_1 \in S_1$ כך ש $d(s_1, s_2) = d(S_1, S_2)$
 (ב) (13 נקודות) הוכיחו: הישר $\overline{s_1 s_2}$ מאונך ל S_1 בנקודה s_1 ומאונך ל S_2 בנקודה s_2 .

(5) (10 נקודות) האם לפונקציה $f(x, y, z) = \frac{xy+yz+xz}{3-\sin(x)-\cos(y)}$ יש נקודה קריטית ב $(0, 0, 0)$? אם כן, מיינו אותה.

(6) (15 נקודות) חשבו $\iiint_V |y|e^{x^2} dx dy dz$ עבור $V = \{(x, y, z) \mid 0 \leq y^2 + z^2 \leq x^{\frac{2}{3}} \leq 1, \frac{y}{2} \leq z \leq y\}$

(7) (15 נקודות) האם שדה $\vec{F} = \frac{(y^2-x^2, -2xy)}{(x^2+y^2)^2}$ משמר מקומית בתחום $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$? האם השדה משמר גלובאלית ב $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$?

(8) (15 נקודות) חשבו את שטף השדה $\vec{F} = (x^4, y^8, z)$ דרך המשטח $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$, עם נורמל פנימי.