

**מבחן מועד א בפונקציות מרוכבות להנדסת חשמל**

201.1.0071

סמסטר ב', שנה"ה תש"ף

תאריך: 05.08.2020

מרצים: א. גורן, א. פוליאקובסקי, י. שטראוס, ד. קרנר

משך הבחינה הוא שלוש שעות.

אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוניס.

הבחינה מותרת לפרסום.

נקוד: סה"כ 115 נקודות.

יש לנמק היטב את כל התשובות.

(1) (10 נקודות) הוכיחו/הפריכו: אם  $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$  אינה פונקציה זוגית אז היא לא חסומה.

(2) (10 נקודות) מצאו את  $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$  שמקיימת  $f(0) = 3$  ו

$$\operatorname{Im}(f(z)) = 3(\operatorname{Re}(z))^2 \operatorname{Im}(z) - (\operatorname{Im}(z))^3 + 7 \operatorname{Re}(z).$$

(3) (15 נקודות) תהי  $f \in \mathcal{O}(\operatorname{Ball}_1(0))$  נניח ש  $f\left(\frac{i}{2^n}\right) = \frac{1}{4^n - 2^n i}$  לכל  $n = 1, 2, \dots$ . האם הטור  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-3)^n \left(f\left(\frac{1}{3}\right)\right)^n$  מתכנס בהחלט?

(4) (20 נקודות) עבור  $b > a > 0$  חשבו את האינטגרל  $I = \int_0^{+\infty} \frac{x \sin(2x)}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)} dx$ .

(5) (20 נקודות) תהי  $f(z) = e^{z^2}$ , נגדיר  $c = \sup_{z \in \operatorname{Ball}_1(0)} |f(z)|$ . האם למערכת

$$\begin{cases} x + cy = 0 \\ cx + e^2 y = 0 \end{cases} \quad \text{המשוואות קיים פתרון יחיד?}$$

(6) (20 נקודות) חשבו  $\int_{3x^2+2y^2=1} e^{z^2} \sin\left(\frac{1}{z^2}\right) dz$  (כאן  $z = x + iy$ ).

(7) (20 נקודות) נניח שפונקציה  $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$  מקיימת  $|f(z)| \leq 4(1 + \sqrt{|z|})$  ב  $\mathbb{C}$ . האם  $f$  בהכרח קבועה?