

מבחן מועד ב בפונקציות מרוכבות להנדסת חשמל

201.1.0071

סמסטר ב', שנה"ה תש"ף

תאריך: 31.08.2020

מרצים: א. גורן, א. פוליאקובסקי, י. שטראוס, ד. קרנר

משך הבחינה הוא שלוש שעות.

אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוניס.

נקוד: סה"כ 115 נקודות.

יש לנמק היטב את כל התשובות.

(1) (10 נקודות) כמה פתרונות מרוכבים יש למשוואה $ze^2 - e^z = 0$ ב $Ball_1(0)$.

(2) (15 נקודות) תהינה $f, g \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$ כך שלכל $z \in \mathbb{C}$ מתקיים $|f(z)| \leq |g(z)|$. הוכיחו שקיים קבוע $c \in \mathbb{C}$ כך ש $|c| \leq 1$ ו $f(z) = cg(z)$ לכל $z \in \mathbb{C}$.

(3) (15 נקודות) תהי $f : \overline{Ball_1(0)} \rightarrow \mathbb{C}$ פונקציה רציפה ב- $\overline{Ball_1(0)}$ ואנליטית ב $Ball_1(0)$. הוכיחו שקיים מספר טבעי $2 \leq n$ שעבורו $f\left(\frac{1}{n}\right) \neq \frac{1}{2n+2n^2}$.

(4) (15 נקודות) מצאו את המקסימום הגלובלי של פונקציה $g(z) = |e^{iz}|$ בקבוצה $\left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{(\operatorname{Re}(z)+5)^2}{16} + \frac{(\operatorname{Im}(z)-2)^2}{9} \leq 1 \right\}$.

(5) (20 נקודות) עבור $0 < a < 1$ חשבו את האינטגרל $I = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{1}{(1-2a \sin(x)+a^2)} dx$.

(6) (20 נקודות) חשבו $\int_{|z|=3} \left(\cos\left(\frac{1}{z^4}\right) \sin(z^6) + \frac{(z^2+1)}{(z-1)(z+4)} \right) dz$ (כאשר מסילה היא בכיוון החיובי).

(7) (20 נקודות) תהי $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$. הוכיחו שקיים קבוע $c \in \mathbb{C}$ (התלוי ב f) כך שלפונקציה $g(z) = f(z) - \frac{c}{z}$ קיימת פונקציה קדומה ב $\mathbb{C} \setminus \{0\}$. מצאו את c .