

חדו"א 2 להנדסה, מועד א'

אוניברסיטת בן גוריון

מספר הקורס: 201.1.9721	מרצים: ג. גולן, ד. גולקו, מ. לוי, ד. קרנר
תאריך: 06.07.2022	משך המבחן: 3 שעות
פותרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות)	אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבוני

כללים: אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".

יש לנמק היטב את כל התשובות.

(1) (20 נקודות) חשבו את המרחק (הקצר ביותר) בין הנקודה $(1, 1, 0)$ למשטח המוגדר ע"י משוואה $z^2 = 1 + x^2 + y^2$.

(2) (20 נקודות) חשבו את נפח הגוף המוגדר ע"י $\{x^2 + y^2 + (z - 1)^2 \leq 1, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

(3) (20 נקודות) חשבו את אורך העקומה מ $(0, 0, 0)$ עד $(3, 3, 2)$ המוגדרת ע"י $\{x^2 = 3y, 2xy = 9z\}$.

(4) (20 נקודות) חשבו את העבודה של השדה $\vec{F}(x, y, z) = (\cos^{2022}(x) + xy, e^y + xz, \arctan(z) + yz)$ לאורך עקומה γ המוגדרת ע"י $\{x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 3\}$, ומכוונת נגד כיוון השעון במבט מלמעלה.

(5) (20 נקודות) חשבו את שטף השדה $\vec{F} = (y^5 \sin(z) + x, e^{\sin(z)}x + yx, yz + 1)$ דרך המשטח המוגדר ע"י $\{z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 4\}$, עם נורמל כלפי מטה. (כלומר $\hat{n}_z < 0$).

בהצלחה!

Angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
						$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
						$\sin(\alpha) \pm \sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$

$$(\arccos(x))' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}.$$

The distance between the plane $\{\vec{N} \cdot (x, y, z) = d\} \subset \mathbb{R}^3$ and the point $\vec{Q} = (x_0, y_0, z_0)$ is: $\frac{|d - \vec{N} \cdot \vec{Q}|}{\|\vec{N}\|}$.

The distance between the line $Q + t\vec{v}$ and the point P is: $\frac{|\vec{Q}P \times \vec{v}|}{\|\vec{v}\|}$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + C, \quad \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + C, \quad \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \cdot \ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C,$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + C.$$