חדו"א 2 להנדסה , מועד ב'.

אוניברסיטת בן גוריון

<table>
<tr>
<td>
מספר הקורס: 201.1.9721
מרצים: מרצים: ג. גולן, ד. גולקו, מ. לוין, ד. קרנר
תאריך: 28.07.2022
משך המבחן: 3 שעות
ניקוד: פתרו את כל השאלות
(סה"כ 100 נקודות)
אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבונים
</td>
<td>
<u>כללים</u> : אסור לכתוב בצבע אדום.
הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך).
בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?" , "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של.."."
</td>
</tr>
</table>

<u>יש לנמק היטב את כל התשובות.</u>

(1) (20 נקודות) מצאו את הנקודות הקריטיות של הפונקציה $f(x,y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$ וסווגו אותן.

(2) (20 נקודות) חשבו את נפח הגוף המוגדר ע"י תנאים $\{\sqrt{x^2+2y^2} \le z \le 2 - x^2 - 2y^2\}$.

(3) (20 נקודות) מצאו את מסת השרשרת המוגדרת ע"י $\{2x^2 + y^2 = 1, z = x\}$, בעלת צפיפות מסה בכל נקודה השווה למרחק מהנקודה עד ציר ה y.

(4) (20 נקודות) חשבו את העבודה של השדה $\vec{F} = (e^x\sin(y) - xy - y)\hat{x} + (e^x\cos(y) - 1)\hat{y}$ לאורך קטע ישר מ (1,0) ל (0,1).

(5) (20 נקודות) חשבו את שטף השדה $\vec{F} = (-y, x, 1)$ דרך המשטח המוגדר ע"י $\{z = \sqrt{x^2+y^2+1},\ x^2+y^2 \le 1\}$, עם נורמל כלפי מעלה (כלומר $\hat{n}_z > 0$).

בהצלחה!

Angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$$sin(\alpha \pm \beta) = sin(\alpha)cos(\beta) \pm cos(\alpha)sin(\beta)$$
$$cos(\alpha \pm \beta) = cos(\alpha)cos(\beta) \mp sin(\alpha)sin(\beta)$$
$$cos(\alpha) + cos(\beta) = 2cos(\tfrac{\alpha+\beta}{2})cos(\tfrac{\alpha-\beta}{2})$$
$$cos(\alpha) - cos(\beta) = -2sin(\tfrac{\alpha+\beta}{2})sin(\tfrac{\alpha-\beta}{2})$$
$$sin(\alpha) \pm sin(\beta) = 2sin(\tfrac{\alpha\pm\beta}{2})cos(\tfrac{\alpha\mp\beta}{2})$$

$(arccos(x))' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\quad (arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\quad (arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$.

The distance between the plane $\{\vec{\mathcal{N}} \cdot (x, y, z) = d\} \subset \mathbb{R}^3$ and the point $\vec{Q} = (x_0, y_0, z_0)$ is: $\frac{|d - \vec{\mathcal{N}} \cdot \vec{Q}|}{\|\vec{\mathcal{N}}\|}$.

The distance between the line $Q + t\vec{v}$ and the point P is: $\frac{\|\overrightarrow{QP} \times \vec{v}\|}{\|\vec{v}\|}$

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = arcsin(x) + C$, $\quad \int \frac{dx}{1+x^2} = arctan(x) + C$, $\quad \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \cdot ln|\frac{x-a}{x+a}| + C$,

$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = ln(x + \sqrt{1+x^2}) + C$, $\quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = ln(x + \sqrt{x^2-1}) + C$.