חדו"א 2 להנדסה , מועד ג'.

אוניברסיטת בן גוריון

מספר הקורס: 201.1.9721 מרצים: ג. גולן, ד. גולקו, מ. לוין, ד. קרנר תאריך: 04.09.2022 משך המבחן: 3 שעות ניקוד: פתרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות) אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבונים	כללים: אסור לכתוב בצבע אדום. הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?" , "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".

יש לנמק היטב את כל התשובות.

(1) (20 נקודות) מצאו על פני הספירה $x^2+y^2+z^2=28$ את הנקודה הרחוקה ביותר מהנקודה $(1,2,3)$.

(2) (20 נקודות) חשבו את נפח הגוף $T=\{(x,y,z)\mid 1\geq z^2\geq 4x^2+9y^2\}$.

(3) (20 נקודות) חשבו את שטח הפנים של המשטח $S=\{(x,y,z)\mid z=y^2-x^2+2, x^2+y^2\leq 1\}$.

(4) (20 נקודות) חשבו את העבודה של השדה $\vec{F}(x,y)=(\frac{x}{x^2+y^2}+3y,\frac{y}{x^2+y^2})$ לאורך העקומה $(\frac{x}{2})^2+(\frac{y}{3})^2=1$ המכוונת נגד כיוון השעון.

(5) (20 נקודות) חשבו את השטף של השדה $\vec{F}(x,y,z)=(e^{zy}+z^3y,xy,x^2+y^2)$ דרך המשטח $S=\{(x,y,z)\mid z=2+x^2+y^2, z\leq 11\}$ עם נורמל כלפי מעלה (כלומר, נורמל המקיים $\hat{n}_z>0$).

בהצלחה!

Angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$$sin(\alpha \pm \beta) = sin(\alpha)cos(\beta) \pm cos(\alpha)sin(\beta)$$
$$cos(\alpha \pm \beta) = cos(\alpha)cos(\beta) \mp sin(\alpha)sin(\beta)$$
$$cos(\alpha) + cos(\beta) = 2cos(\tfrac{\alpha+\beta}{2})cos(\tfrac{\alpha-\beta}{2})$$
$$cos(\alpha) - cos(\beta) = -2sin(\tfrac{\alpha+\beta}{2})sin(\tfrac{\alpha-\beta}{2})$$
$$sin(\alpha) \pm sin(\beta) = 2sin(\tfrac{\alpha\pm\beta}{2})cos(\tfrac{\alpha\mp\beta}{2})$$

$(arccos(x))' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\quad (arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\quad (arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$.

The distance between the plane $\{\vec{\mathcal{N}} \cdot (x,y,z) = d\} \subset \mathbb{R}^3$ and the point $\vec{Q} = (x_0, y_0, z_0)$ is: $\frac{|d-\vec{\mathcal{N}}\cdot\vec{Q}|}{\|\vec{\mathcal{N}}\|}$.

The distance between the line $Q + t\vec{v}$ and the point P is: $\frac{\|\overrightarrow{QP}\times\vec{v}\|}{\|\vec{v}\|}$

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = arcsin(x) + C$, $\quad \int \frac{dx}{1+x^2} = arctan(x) + C$, $\quad \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \cdot ln|\frac{x-a}{x+a}| + C$,

$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = ln(x + \sqrt{1+x^2}) + C$, $\quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = ln(x + \sqrt{x^2-1}) + C$.