



חזר"א 2 להנדסה 201.1.9721
 אביב 2022 (מרצים: ג. גולן, ד. גולקו, מ. לוין, ד. קרנר)
 תרגיל בית מס' 3.

1. ציירו/מיינו את קווי גובה (רמה) עבור פונקציות הבאות. השתמשו בקווים האלו כדי להבין/לשחזר את הגרפים של הפונקציות.

$$\begin{aligned}
 & f(x, y) = \sqrt{xy} \text{ .iv} \quad f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2} \text{ .iii} \quad f(x, y) = \frac{x}{y} \text{ .ii} \quad f(x, y) = x + y \text{ .i} \\
 & f(x, y) = \min(|x|, |y|) \text{ .v} \quad f(x, y) = |x| + |y| - |x + y| \text{ .vi} \quad f(x, y) = |x| + y \text{ .v} \\
 & f(x, y) = \frac{y^2 + x^2 - 1}{x^2 + 4} \text{ .ix} \quad f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2} \text{ .viii} \quad f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \text{ .vii} \quad f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2} \text{ .vi}
 \end{aligned}$$

2. מיינו/תארו/ציירו את משטחי רמה של פונקציות הבאות:

$$f(x, y, z) = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x^2 + z^2}} \text{ .iii} \quad f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 - z^2 - 3} \text{ .ii} \quad f(x, y, z) = (x + y)^2 + z^2 \text{ .i}$$

3. בדקו את קיום/חשבו את הגבולות הבאים:

$$\begin{aligned}
 & \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2 + x^3)}{x^2 + y^2} \text{ .ii} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^3}{x^2 + y^2} \text{ .i} \\
 & \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^4 + y^4 + z^4}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \text{ .v} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(x + e^y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ .iv} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{x} \text{ .iii}
 \end{aligned}$$

4. הוכיחו כי פונקציה $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x} : x \neq 0 \\ 0 : x = 0 \end{cases}$ רציפה לאורך כל ישר דרך הראשית, אך לא רציפה בראשית. האם הפונקציה חסומה?

5. בדקו רציפות של הפונקציות הבאות:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)(y-2)^2}{(x-1)^2 + \sin^2(y-2)} : (x, y) \neq (1, 2) \\ 0 : (x, y) = (1, 2) \end{cases} \text{ .ii} \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{|x|^3 + |y|} : (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 : (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ .i}$$

6. עבור פונקציות הבאות תחום הגדרה הוא לא \mathbb{R}^2 כולו, עקב אילוצים של $\frac{1}{(\cdot)}$ או $\ln(\cdot)$. לאיזה תחום (הגדול ביותר) ניתן להרחיב את תחום הגדרה כך שפונקציה תישאר רציפה? (למשל, ניתן להרחיב את תחום הגדרה של $\frac{\sin(x)}{x}$ ל- \mathbb{R}^1 כולו).

$$\begin{aligned}
 & f(x, y) = \frac{x+y}{x-y} \text{ .i} \quad f(x, y) = x \cdot \ln(x^2 + 3y^2) \text{ .ii} \quad f(x, y) = y \sin \frac{1}{x} \text{ .iii} \quad f(x, y) = \frac{x}{y} e^{-y^2} \text{ .iv} \\
 & f(x, y, z) = \frac{\sin(x+y+z) - \sin(x+y-z)}{z} \text{ .vii}^* \quad f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{y^2+1}}{x-y} \text{ .vi} \quad f(x, y) = e^{-\frac{1}{x^2+y^2}} \text{ .v}
 \end{aligned}$$

7. תהי $f(x, y) = \ln(5 - x^2 - y^2) \sqrt{y^2 - 4}$ מצאו ושרטטו את תחום ההגדרה (התחלתי). שרטטו את קו רמה בגובה 0 באילו נקודות הפונקציה רציפה?

בדקו את קיום/חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,-2)} f(x, y) \text{ .i} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,\sqrt{5})} f(x, y) \text{ .ii} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} f(x, y) \text{ .iii}^*$$