



# חזו"א וקטורי להנדסת השמל 201.1.9631

סתיו 2023. תרגיל בית מס' 2.

(מרצים: נ. אדלשטיין, א. חסון, ד. קרנר)

לא להגשה.

(את שאלה 7 תוכלו לפתור רק בשבוע הבא)

1. ציירו/תארו את המשטחים ב  $\mathbb{R}^3$  המוגדרים ע"י משוואות הבאות.

תארו את החתכים ע"י מישורים  $\{x = x_0\}$   $\{y = y_0\}$   $\{z = z_0\}$ .

א. i.  $\{(x^2 - 1)(x^2 - 2) = 0\}$  ii.  $\{(x^2 - 1)(y^2 - 1) = 0\}$  iii.  $\{(x - 1)(y + 2)(z + 3) = 0\}$

ב. i.  $\{x = -z^2 - y^2 - 5\}$  ii.  $\{z = x^2 - y^2\}$  iii.  $\{z = xy\}$  iv.  $\{z^2 = x^2 + y^2 - 1\}$  v.  $\{x^2 = z^2 + y^2 + 1\}$

ג. i.  $\{z = \sin(x^2 + y^2)\}$  ii.  $\{z = \sin(x)\}$  iii.  $\{\sin(x^2 + y^2 + z^2) = 1\}$

2. ציירו/תארו את התחומים הבאים ב  $\mathbb{R}^3$  המוגדרים ע"י התנאים הבאים: i.  $\{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \leq 1\}$

ii.  $\{1 - x^2 - y^2 \geq z \geq x^2 + y^2 - 1\}$  iii.  $\{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, (x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 \leq 1\}$

iv.  $\{0 \leq z \leq \frac{1}{xy}, |x| + |y| \leq 1\}$  v.  $\{\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}\}$  vi.  $\{z^2 \leq x^2 + y^2 + 1, x^2 + y^2 \leq 1\}$

3. במקרים הבאים ציירו/תארו את המשטח המתקבל ע"י סיבוב של עקום, ורשמו את משוואת המשטח:

i.  $\{y = \sqrt{1 - x^2}, z = 0\} \subset \mathbb{R}^3$  מסביב לציר  $\hat{x}$  ii.  $\{x = 1 + y^2, |y| \leq 1, z = 0\} \subset \mathbb{R}^3$  מסביב לציר  $\hat{y}$

iii.  $\{(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 1, z = 0\} \subset \mathbb{R}^3$  מסביב לציר  $\hat{y}$

4. א. שרטטו את קווי גובה/ עבור הפונקציות הבאות. נסו לשחזר/לדמיון את הגרפים של הפונקציות. i.  $f(x, y) = \frac{x}{y}$

ii.  $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$  iii.  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2}$  iv.  $f(x, y) = |x| + |y| - |x + y|$  v.  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$

ב. נקבע וקטורים  $\vec{v}_1 \neq 0, \vec{v}_0, \vec{v}_1 \in \mathbb{R}^n$  ונגדיר העתקה  $\mathbb{R}^1 \xrightarrow{\phi} \mathbb{R}^n$  ע"י  $\phi(t) = \vec{v}_1 \cdot t + \vec{v}_0$ . הוכיחו: התמונה של  $\phi$  הינה ישר. קבלו את מערכת המשוואות שמגדירה את הישר. האם הגרף של  $\phi$  גם ישר?

ג. נקבע וקטורים  $\vec{v}_1, \vec{v}_2 \in \mathbb{R}^n$ . נגדיר העתקה  $\mathbb{R}^2 \xrightarrow{\phi} \mathbb{R}^n$  ע"י  $\phi(t_1, t_2) = \vec{v}_1 \cdot t_1 + \vec{v}_2 \cdot t_2$ . האם התמונה של  $\phi$  בהכרח מישור דו-מימדי?

5. נקבע מטריצה  $A \in Mat_{n \times n}(\mathbb{R})$  המקיימת:  $A \cdot A^t = \mathbb{I}$ . נגדיר העתקה  $\mathbb{R}^n \ni \underline{x} \rightarrow A \cdot \underline{x} \in \mathbb{R}^n$ . הוכיחו:  $\|A \cdot \underline{x}\| = \|\underline{x}\| \forall \underline{x} \in \mathbb{R}^n$

6. ציירו/תארו את הגרף  $\Gamma_f$  של פונקציה  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}^2$  המוגדרת ע"י  $f(t) = (\cos(t), \sin(t))$ . נתבונן בהיטלים של הגרף, על תחום ההגדרה  $\Gamma_f \ni (t, f(t)) \rightarrow t \in \mathbb{R}^1$ , ועל הטווח,  $\Gamma_f \ni (t, f(t)) \rightarrow f(t) \in \mathbb{R}^2$ . איזה מהם חח"ע? תארו את התמונות של ההיטלים.

7. תהי  $\{a_k\}$  סדרת הנקודות ב  $\mathbb{R}^n$ , כאן  $a_k = (a_{1,k}, \dots, a_{n,k})$ . הסדרה נקראת מתכנסת ל  $a_0 \in \mathbb{R}^n$  אם  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|a_k - a_0\| = 0$

הוכיחו/הפריכו (ע"י דוגמא נגדית):

א.  $a_k \rightarrow a_0$  אמ"מ קיים כדור  $Ball_\epsilon(a_0)$  שמכיל את כל הסדרה פרט למספר סופי של איברים.

ב.  $a_k \rightarrow a_0$  אמ"מ עבור כל  $\epsilon > 0$  הכדור  $Ball_\epsilon(a_0)$  מכיל את אינסוף מאיברי הסדרה.

ג.  $a_k \rightarrow a_0$  אמ"מ  $a_{i,k} \rightarrow a_{i,0}$  עבור כל  $i = 1, \dots, n$

ד.  $a_k + b_k \rightarrow a_0 + b_0$  אמ"מ  $a_k \rightarrow a_0$  ו  $b_k \rightarrow b_0$

ה.  $a_k \rightarrow a_0$  אמ"מ כל תת סדרה של  $\{a_k\}$  מתכנסת ל  $a_0$