

חשבון דיפרנציאלי להנדסת חשמל - תרגיל 1

1. תהינה A, B, C קבוצות מס' ממשים המוגדרות ע"י:

$$A = \left\{x \mid x^2 > \frac{1}{2}\right\}, B = \{x \mid |x - 1| + |x| \leq 3\}, C = \left\{x \mid \frac{1}{x} \leq -1\right\}$$

מצאו את הקב' הבאות: $A \setminus C, A^c \cup (0, \infty), B \cap \mathbb{Z}, A \cap [-1, 1]$.

סימונים: A^c - המשלים של $A, A \setminus B = A \cap B^c$ - ההפרש בין A ל- B, \mathbb{Z} - קב' המס' השלמים.

2. תהינה A, B, C תתי קבוצות של קבוצה U , הוכיחו את הטענות הבאות:

א. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

ב. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

ג. $A \cap B = B$ אם ורק אם $B \subseteq A$.

3. תהינה A, B, C קב' מס' ממשים. האם השיוויון הבא בהכרח מתקיים: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

רמז: מצאו דוגמה נגדית.

4. פתרו את אי השיוויונים הבאים:

א. $|x + 2| - |x| > 1$.

ב. $||x| - 1| \leq 1$.

ג. $\frac{x-3}{x+1} \geq -1$.

5. הוכיחו באינדוקציה כי לכל n טבעי מתקיים:

א. $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

ב. $2^n + 3^n \leq 5^n$.

ג. $(2n)! < 2^{2n} \cdot (n!)^2$.

ד. $(n+1)^n < n^{n+1}$, לכל $n \geq 3$.

6. הוכיחו כי המספרים הבאים אי רציונליים:

א. $\sqrt{7}$.

ב. $\sqrt[3]{2}$.

ג. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

רמז לסעיף ב': זכרו כי מכפלת מס' אי זוגיים היא מס' אי זוגי.

רמז לסעיף ג': הראו כי $\sqrt{6}$ אי רציונלי.

בהצלחה.