

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב – המחלקה למתמטיקה – סמסטר א' תשפ"ה

חשבון דיפרנציאלי להנדסת חשמל (201-1-9671)

דף תרגילים מס' 2

1. תהיינה  $A$  ו- $B$  קבוצות לא ריקות וחסומות של מספרים ממשיים. נגדיר קבוצות הבאות:

$$-A = \{-a : a \in A\}$$

$$A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$$

$$A - B = \{a - b : a \in A, b \in B\}$$

הוכיחו:

$$\inf(-A) = -\sup A \quad (\text{א})$$

$$\inf(A + B) = \inf A + \inf B \quad (\text{ב})$$

$$\inf(A - B) = \inf A - \sup B \quad (\text{ג})$$

2. תהיינה  $A$  ו- $B$  קבוצות מספרים לא ריקות. הראו כי

$$\sup(A \cup B) = \max\{\sup A, \sup B\}$$

3. תהיינה  $A$  ו- $B$  קבוצות לא ריקות של מספרים אי-שליליים. נתון כי  $A$  חסומה מלעיל וכי  $\inf B > 0$ .

נגדיר קבוצה

$$\frac{A}{B} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in A, b \in B \right\}$$

הוכיחו כי  $\frac{A}{B}$  חסומה מלעיל ומתקיים  $\sup\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{\sup A}{\inf B}$ .

4. מצאו את הסופרמום ואת האינפימום של הקבוצות הבאות:

$$A = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N}, m < 2n \right\} \quad (\text{א})$$

$$B = \left\{ \frac{mn}{4m^2 + n^2} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\} \quad (\text{ב})$$

$$C = \left\{ \frac{m}{2^n} : m, n \in \mathbb{N} \right\} \quad (\lambda)$$

5. הוכיחו על פי הגדרת הגבול:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n!)}{\sqrt{8n+3}} = 0 \quad (\beth) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 + 3}{2n^2 - 7n + 1} = 5 \quad (\aleph)$$

6. הוכיחו על פי הגדרת הגבול כי  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+4}{3n-1} \neq 2$ .