

אוניברסיטת בן גוריון – המחלקה למתמטיקה- סמסטר א' תשפ"ה

חשבון דיפרנציאלי להנדסת חשמל (201-1-9671)

דף תרגילים מספר 3

1. חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ כאשר:

$$a_n = \frac{1000n}{n^2-2} \quad (\text{א})$$

$$a_n = \sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n} \quad (\text{ב})$$

$$a_n = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-2}) \cdot \sqrt{n} \quad (\text{ג})$$

$$a_n = \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin(n!)}{n+1} \quad (\text{ד})$$

$$a_n = \frac{(-2)^{n+3^n}}{(-2)^{n+1+3^{n+1}}} \quad (\text{ה})$$

$$a_n = \sqrt[n]{8^n + 3^n} \quad (\text{ו})$$

$$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+1+1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+2^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+(3n)^2+3n}} \quad (\text{ז})$$

$$a_n = \frac{1}{n^n} \cdot \left(\frac{n+(-1)^n}{4}\right)^n \quad (\text{ח})$$

2. הוכיחו או הפריכו:

(א) אם $\{a_n\}$ מתכנסת ומתקיים $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ אז גם $\{a_n\}$ מתכנסת ומתקיים: $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |L|$

(ב) אם $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = 0$ אז לפחות אחת מהסדרות $\{a_n\}, \{b_n\}$ שואפת ל-0.

(ג) אם $\{a_n\}$ מתכנסת ו- $\{b_n\}$ לא מתכנסת אז $\{a_n \cdot b_n\}$ לא מתכנסת

(ד) אם $\{a_n\}$ מתכנסת ו- $\{b_n\}$ לא מתכנסת אז $\{a_n + b_n\}$ לא מתכנסת

3. תהי $\{a_n\}$ סדרה.

נגדיר את סדרת הממוצעים החשבוניים שלה $x_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.

(א) הוכיחו כי אם $\{a_n\}$ מתכנסת כך ש- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ אז $\{x_n\}$ מתכנסת ומתקיים: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = L$

(השתמשו בהגדרת הגבול)

(ב) חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}{n}$

4. תהי $\{a_n\}$ סדרה כך ש- $a_n > 0$ לכל $n \in \mathbb{N}$ ובנוסף $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

הוכיחו כי לסדרה יש איבר מקסימלי.