

חשבון דיפרנציאלי להנדסת חשמל - תרגיל 5

1. תהייה סדרה מתכנסת ו- b_n סדרה חסומה כך ש- $\frac{b_n \cdot a_{n+1}}{a_n} \geq b_{n+1}$ לכל n .

נניח בנוסף כי b_n חיובית וקיים $r > 0$ כך ש- $a_n > r$ לכל n . הוכיחו כי b_n מתכנסת.

2. חשבו את קב' כל הגבולות החלקיים של הסדרות הבאות:

א. $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3^{n \cdot (-1)^n}}$ ב. $a_n = \frac{n-1}{n+1} \cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right)$ ג. $a_n = n \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)$

3. תהא סדרה ונניח כי תתי הסדרות $a_{2n}, a_{3n}, \dots, a_{2n+1}$ מתכנסות. הוכיחו כי a_n מתכנסת.

4. תהייה סדרות חסומות.

א. הוכיחו: $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} y_n$

ב. נניח בנוסף כי x_n, y_n סדרות אי שליליות כלומר $x_n, y_n \geq 0$ לכל n .

הוכיחו: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n$

5. א. הוכיחו ע"פ קריטריון קושי כי הסדרה $a_n = \frac{1}{5^1+1} + \frac{1}{5^2+2} + \dots + \frac{1}{5^n+n}$ מתכנסת.

ב. הוכיחו ע"פ קריטריון קושי כי הסדרה $a_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}$ מתבדרת.

6. תהא סדרה המקיימת $|x_n - x_{n+1}| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ לכל n . הוכיחו כי x_n מתכנסת.