

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב – המחלקה למתמטיקה – סמסטר א' – תשפ"ה

חשבון דיפרנציאלי להנדסת חשמל (201-1-9671)

דף תרגילים מס' 8

1. הוכיחו לפי הגדרת הגבול בשפת " $\varepsilon - \delta$ ":

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x - \sin 3x} = +\infty \quad (\text{ג}) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{5x-2} = \frac{2}{5} \quad (\text{ב}) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+1}{(x+2)^2} = +\infty \quad (\text{א})$$

2. הוכיחו כי גבולות הבאים אינם קיימים:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x-[x]} \quad (\text{ב}) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2 + \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)} \quad (\text{א})$$

3. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(א) תהי f פונקציה המוגדרת על כל הישר הממשי. אם קיים הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| = |L|$, אזי הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ קיים ושווה ל- L או ל- $(-L)$;

(ב) אם קיימים הגבולות $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$ ו- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x))$ אז קיים לפחות אחד מהגבולות $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$;

(ג) אם $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ ו- $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ אז $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = 0$

4. תהי $f(x)$ פונקציה מונוטונית עולה וחסומה בתחום $(0, +\infty)$. הראו כי קיים גבול סופי $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

5. חשבו גבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{x+x^2} \quad (\text{ב}) \quad ; \quad n \in \mathbb{N}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x^n - a^n) - na^{n-1}(x-a)}{(x-a)^2} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x} \quad (\text{ד}) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \alpha x + \cos \beta x + \cos \gamma x - 3}{x^2} \quad (\text{ג})$$

6. קבעו לאילו ערכים של a, b יש לפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} (5a - 4b) \arcsin x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{3} & , x < 0 \\ \frac{\sqrt[3]{ax+1} - 1}{(b+1)x} & , x > 0 \end{cases}$$

גבול ב-0?