

משוואות דיפרנציאליות רגילות, מועד א.

אוניברסיטת בן גוריון

מספר הקורס: 201.1.0061	מרצה: ד. קרנר
תאריך: 06.08.2024	משך המבחן: שעותיים
ניקוד: פתרו את כל השאלות (סה"כ 100 נקודות)	אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבונים

כללים: אסור לכתוב בצבע אדום.
הבודק רוצה לראות רק את הגרסה הסופית של הפתרון, לא את כל נדודי הביניים. השתמשו בטיוטה לכל הנסיונות ההתחלתיים. הפתרון אמור להיות מסודר, מדויק (ולא ארוך). בזמן הבחינה מרצים/מתרגלים עונים רק על שאלות הקשורות לניסוח של הבחינה. אנחנו לא עונים על שאלות כמו: "האם זאת דרך נכונה?", "באיזה משפט צריכים להשתמש כאן?", "אני שכחתי את הנוסחה/הניסוח של..".

יש לנמק היטב את כל התשובות.

1. (20 נקודות) קבלו את הפתרון הכללי של מד"ר $x' + f(t) \cdot x = g(t)$, כאשר $f, g \in C^0(a, b)$. (צריך להראות איך מגיעים לפתרון, לא רק לרשום נוסחה סופית)

2. (30 נקודות) נתבונן במד"ר $x' = \frac{x}{1 + \sin^2(t) \cdot e^{x^2}}$. הוכיחו:
א. עבור כל תנאי התחלה קיים פתרון (מקומי) יחיד, והוא אנליטי.
ב. כל פתרון מקומי מתרחב לפתרון גלובאלי, $x(t) \in C^\omega(\mathbb{R}^1)$.
ג. אין נקודות שיווי משקל יציבות.

3. (25 נקודות) מצאו בסיס סטנדרטי למרחב הפתרונות של מד"ר $x'' - 2x' + x = 0$. (כלומר, בסיס שעבורו המטריצה היסודית מקיימת $(\mathbb{X}(0) = \mathbb{I}_{2 \times 2})$)

4. (25 נקודות) תהי $A \in Mat_{n \times n}(\mathbb{R})$ ללא ערכים עצמיים מדומים טהורים. הוכיחו: למד"ר $\underline{x}' = A \cdot \underline{x}$ אין פתרונות מחזוריים. (חוץ מאפס)

בהצלחה!