

## אקסטרמום של פונקציה של מספר משתנים

### (דף תרגילים מס' 11)

א. מצא אקסטרמום מקומי של פונקציות הבאות :

$$\begin{array}{lll}
 z = x^2 - (y-1)^2 & .3 & z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2) & .2 & z = (y-2)\ln(xy) & .1 \\
 z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y & .5 & z = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} & .4 \\
 z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y & .7 & x > 0, y > 0, & z = x^3 y^2 (12 - x - y) & .6 \\
 z = 1 - \sqrt{(x^2 + y^2)^3} & .10 & z = x^3 - y^3 - 3xy & .9 & z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2) & .8
 \end{array}$$

ב. מצא נקודות חשודות לאקסטרמום של פונקציות הבאות עם אילוצים :

$$\begin{array}{ll}
 x^2 - 2x + y^2 - 4y = 0, & z = x^2 + y^2 & .1 \\
 x^2 + y^2 = 25, & z = 4x^2 - 4xy + y^2 & .2 \\
 \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{8}, & z = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} & .3 \\
 x^3 + xy + y^3 = 0, & u = \ln(xy) & .4 \\
 y > 0, x > 0, x + y = 12, & z = x^2 y^2 & .5 \\
 y > 0, x > 0, x^3 + y^3 = 2, & z = x^5 + y^5 & .6 \\
 x + y + z = 13, & u = 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 & .7 \\
 x^2 + y^2 + z^2 = 9, & u = x - 2y + 2z & .8 \\
 y > 0, x > 0, z > 0, x + y + z = 12 & u = xy^2 z^3 & .9
 \end{array}$$

ג. מצא את הערך הקטן ביותר והגדול ביותר של הפונקציות הבאות בתחומים הנתונים :

$$\begin{array}{ll}
 D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\} & \text{מעל התחום: } z = x^2 + 2xy - 4x + 8y & .1 \\
 D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\} & \text{מעל התחום: } z = x^3 + y^3 - 3xy & .2 \\
 D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 3\} & \text{מעל התחום: } z = x^3 + y^3 - 3x - 3y + 9 & .3
 \end{array}$$

## תשובות

- א. 1. נקי אוכף  $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  .1  
 2. נקי אוכף  $(0,0)$  ;  $z_{\max}(-4,-2) = \frac{8}{e^2}$
3. נקי אוכף  $(0,1)$  .3  
 4.  $z_{\min}\left(3^{-\frac{1}{3}}, 3^{-\frac{1}{3}}\right) = 3^{\frac{4}{3}}$  .4  
 5.  $z_{\min}(1,0) = -1$  .5
6.  $z_{\max}(6,4) = 1728$  .6  
 7.  $z_{\max}(4,4) = 12$  .7  
 8.  $z_{\min}(-2,0) = -\frac{2}{e}$  .8  
 9.  $z_{\max}(0,0) = 1$  .10  
 10.  $z_{\max}(-1, 1) = 1$
- ב. 1.  $z(2,4) = 20, z(0,0) = 0$  .1  
 2.  $z(\pm 2\sqrt{5}, \mp \sqrt{5}) = 125; z(\pm \sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5}) = 0$  .2  
 3.  $z(4,4) = \frac{3}{2}, z(-4,-4) = \frac{1}{2}$  .3  
 4.  $u\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = -2 \ln 2$  .4  
 5.  $z(6,6) = 6^4 = 1296$  .5  
 6.  $z(1,1) = 2$  .6  
 7.  $u(6,4,3) = 156$  .7  
 8.  $u(1,-2,2) = 9, u(-1,2,-2) = 9$  .8  
 9.  $u(2,4,6) = 6912$  .9
- ג. 1.  $z_{\max}(1,2) = 17, z_{\min}(1,0) = -3$  .1  
 2.  $z_{\max}(2,-1) = 13, z_{\min}(1,1) = z_{\min}(0,-1) = -1$  .2  
 3.  $z_{\max}(0,3) = z_{\max}(3,0) = 27, z_{\min}(-3,0) = z_{\min}(0,-3) = -9$  .3