

$$\log_a x, a^x$$

(דף תרגילים מס' 2A)

(I) פתרו

$$0.04^{(5x-x^2-8)} < 625 \quad .2 \quad \frac{0.2^{(x-0.5)}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot 0.04^{x-1} \quad .1$$

(II) חשבו

$$49^{(1-0.25\log_7 25)} \quad .2 \quad \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[6]{32} \quad .1$$

(III) פתרו משוואות

$$\log_2(x^2 - 3x - 5) = \log_2(7 - 2x) \quad .1$$

$$\log_{x+4}(x^2 - 1) = \log_{x+4}(5 - x) \quad .2$$

$$\lg^2 x^3 - \lg(x^{10} / 10) = 0 \quad .3$$

$$\log_x(3x^{\log_5 x} + 4) = 2 \log_5 x \quad .4$$

(VI) פתרו אי שוויונות

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x^2 - 4x - 14) \leq \log_{\frac{1}{2}} 2 \quad .1$$

$$\lg(x + 27) - \lg(16 - 2x) > \lg x \quad .2$$

תשובות:

$$2 < x < 3 \quad (2.I) \quad 3 \quad (1.I) \quad 5/2 \quad (1.II) \quad 49/5 \quad (2.II)$$

$$-3 \quad (1.III) \quad 2 \quad (2.III) \quad \sqrt[3]{10} \quad (3.III) \quad 10, \sqrt[3]{\log_5 4} \quad (4.III) \quad 5^{\pm \sqrt{\log_5 4}}$$

$$x \leq 2 \text{ או } x \geq 4 \quad (1.VI) \quad 0 < x < 3 \text{ או } 4.5 < x < 8 \quad (2.VI)$$

פתרונות חלקיות:

(A) משוואה $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ עם $0 < a \neq 1$ שקולה למערכת

$$f(x) = g(x)$$

$$f(x) > 0$$

דוגמא: פתרון של משוואה $\log_{x+4}(x^2 - 1) = \log_{x+4}(5 - x)$

יש לפתור $x^2 - 1 = 5 - x$ וגם לקיים תנאים נוספים:

$$x + 4 > 0, \quad x + 4 \neq 1, \quad 5 - x > 0$$

(B) אי שוויון $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ שקול ל:

$$\text{אם } a > 1 \text{ אז } f(x) > g(x) > 0$$

$$\text{אם } 0 < a < 1 \text{ אז } 0 < f(x) < g(x)$$

דוגמא: $\lg(x + 27) - \lg(16 - 2x) > \lg x$

צריך לפתור $\lg(x + 27) > \lg(x\{16 - 2x\})$ וגם לקיים תנאים נוספים:

$$x + 27 > 0, \quad 16 - 2x > 0, \quad x > 0$$

מאי שוויון הראשון מקבלים $x + 27 > x(16 - 2x)$.