<u>גבול של פונקציה. רציפות</u>

(דף תרגילים מס' 3)

א. חשב את הגבולות הבאים:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+1}{x^2+2}$
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+5x}{2x+3}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x^2+2}$
4. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3x^2-2x+11}{6x^2+10}$
5. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{x^2-6x+5}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x+1)(2x+3)(4x-1)+3}{x}$
7. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{8x^2-2x-1}{4x^2-8x+3}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}$
9. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{4x+1}-\sqrt{5x-1}}$
10. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{3}{1-\sqrt{x}}-\dfrac{2}{1-\sqrt[3]{x}}\right)$
11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x^2-x+2}{x^3-7x+6}$
12. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1-3x}$
13. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{(3x-1)^{20}(2x+3)^{10}}{(2x-1)^{30}}$
14. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{5x^2+6}{5x^2+7}\right)^{15x^2+1}$
15. $\lim\limits_{x\to 2}(x-1)^{\frac{2}{x-2}}$

ב. חשב את הגבולות חד-צדדיים:

1. $\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{x-5}{\sqrt{x^2-25}}$
2. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1}{1-x^3}$
3. $\lim\limits_{x\to 3^-}2^{\frac{1}{x-3}}$
4. $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{\sqrt{x^2-9}}{|3-x|}$

ג. 1. חשב את גבול של פונקציה $y=f(x)=\begin{cases} x^2-3, & x\ge 2 \\ \dfrac{x}{2}, & x<2 \end{cases}$ בנקודה $x=2$. האם פונקציה רציפה בנקודה זו?

2. נתונה פונקציה $y=\begin{cases} \dfrac{x^2-8x-9}{3-\sqrt{x}}, & x>9 \\ ax+b-6, & 0\le x\le 9 \\ e^{1/x}, & x<0 \end{cases}$.

מצא a ו- b, אם נתון שהפונקציה רציפה.

ד. עבור אילו ערכים של k הפונקציות הבאות יהיו רציפות בנקודה $x=2$?

.1 $f(x)=\begin{cases} x+k, x\le 2 \\ 5-x, x>2 \end{cases}$

.2 $g(x)=\begin{cases} x^k, x\le 2 \\ 2x+4, x>2 \end{cases}$

~~ה. הוכח כי למשוואות הבאות יש שורש בקטע נתון :~~

.1 $\cancel{x^4+3x+1=0}$, $\cancel{-2\le x\le -1}$

.2 $\cancel{2x^3-3x^2-12x-6=0}$, $\cancel{-1\le x\le 0}$

.3 $\cancel{2x^4-x^3-5=0}$, $\cancel{1\le x\le 2}$

תשובות

א. .1 $\frac{2}{3}$ .2 0 .3 0 .4 $\frac{1}{2}$ .5 $\frac{1}{16}$

.6 7 .7 $-\frac{3}{2}$ .8 2 .9 3 .10 $\frac{1}{2}$

.11 $\frac{1}{2}$ .12 e^{-3} .13 $\left(\frac{3}{2}\right)^{20}$ .14 e^{-3} .15 e^2

ב. .1 0 .2 $+\infty$ .3 0 .4 $+\infty$

ג. .1 כן, 1 .2 $a=-\frac{20}{3}$, $b=6$

ד. .1 1 .2 3