

גבול של פונקציה
(תוספת 1 לדרך תרגילים מס' 3)

חשב את הגבולות הבאים

.1

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4} \quad .4 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2} \quad .3 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} \quad .2 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{2x^2 - x - 1} \quad .1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}} \quad .8 \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} \quad .7 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+1}{x^2-1} \quad .6 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-x-2)^{20}}{(x^3-12x+16)^{10}} \quad .5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+6x^2+11x+6}{x^3+4x^2+x-6} \quad .10 \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-6x+8}{x^2-5x+4} \quad .9$$

.2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x} \quad .12 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{4x+1}-\sqrt{5x-1}} \quad .11$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2}-\sqrt{9-2x+x^2}}{x^2-3x+2} \quad .13$$

.3

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}} \quad .15 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}} \quad .14$$

=====
5. תרגילים בסעיף זה אפשר לפתור בקלות בעזרת כלל לופיטל מבוסס על שימוש בנגזרות. אפשר אך לא נדרש לפתור אותם עד שנלמד את הכלל.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x} \quad .29 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{2x^2} \quad .28 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1-2x} \quad .27$$

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} \quad .33 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x} \quad .32 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} \quad .30$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x} \quad .37 \quad \lim_{x \rightarrow c} \frac{a^x - a^c}{x - c} \quad .35$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} \quad .38$$

6.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-x}{x-\sqrt[3]{x}} \quad .44 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^2}{x^2+1} \quad .43 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3x+2}{5x^2+1} \quad .42$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)(2x+3)^3}{(5x-1)^4} \quad .47 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}} \quad .46 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^3(3x+5)^2}{x^5+5} \quad .45$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} \quad .51 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[5]{x^4+2}} \quad .50 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{2x+1} \quad .49 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1000x}{x^2+1} \quad .48$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1} + x) \quad .54 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}) \quad .53 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2+1}{7x-3} \quad .52$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x \quad .58 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x \quad .57 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}} \quad .56 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3+x^2} - \sqrt{x^3-1}}{\sqrt{x}} \quad .55$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1}\right)^{-3x} \quad .62 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x-2}\right)^{2x+4} \quad .61 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1}\right)^{3x+5} \quad .60 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2-4}\right)^{3x^2} \quad .59$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) \quad .66 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x} \quad .65 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x [\ln(x+1) - \ln x] \quad .64 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1} \quad .63$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad .70 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad .69 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \quad .68 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \quad .67$$

.7

חשב את הגבולות חד צדדיים :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1+e^x} \quad .74 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1+e^x} \quad .73 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \quad .72 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \quad .71$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x-2} \quad .76 \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x-2} \quad .75$$

תשובות:

- .1
- 1 .1 3 -8 .4 לא קיים .5 $\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$.6 $-\frac{3}{2}$.7 12 .8 $-\frac{1}{3}$.9 $\frac{2}{3}$.10 $\frac{1}{3}$
- .2
- 11 3 .12 $\frac{1}{2}$.13 $\frac{1}{2}$
- .3
- 14 $\frac{1}{2}$.15 $\sqrt{\frac{2}{3}}$
- .5
- 27 e^{-2} .28 $\frac{1}{2}$.29 $\frac{2}{3}$.30 e .32 $\frac{1}{a}$.33 $\frac{1}{e}$.35 $a^c \ln a$.37 $\alpha - \beta$.38 1
- .6
- 42 $\frac{1}{5}$.43 4 .44 -1 .45 72 .46 1 .47 $\frac{8}{5^4}$.48 0 .49 0 .50 0 .51 1 .52 ∞
- 53 0 .54 0 .55 $\frac{1}{2}$.56 1 .57 e^{-1} .58 e^2 .59 e^{-3} .60 e^6 .61 e^{-2} .62 e^6 .63 e
- 64 1 .65 3 .66 1 .67 0 .68 0 .69 1 .70 -1

$+\infty$.76 $-\infty$.75 0 .74 1 .73 1 .72 -1 .71^{.7}