

**רציפות של פונקציה**  
(תוספת 2 לדף תרגילים מס' 3)

בדוק האם הפונקציות הבאות הן רציפות:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & -2 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad .3 \quad f(x) = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases} \quad .2 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & x \neq 2 \\ 4 & x = 2 \end{cases} \quad .1$$

$$.6 \quad f(x) = \begin{cases} e^{2x} & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases} \quad .5 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \quad .4$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{2} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} & x < 0 \end{cases} \quad .7 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 5x - 2}{3x^2 - 12} & x \neq 2, x \geq 0 \\ \frac{7}{12} & x = 2 \end{cases}$$

2. האם ניתן להגדיר את הפונקציות הבאות בנקודה a כך שהן תהיו רציפות בנקודה הזו?

$$a=0 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(2x+1) - \ln(3x+e)}{x^2} & x > 0 \\ -8+x^2 & x < 0 \end{cases} \quad .9 \quad a=0 \quad .8$$

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{1/x} & x > 0 \\ e-x & x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + \frac{50}{9} & x > 1 \\ \frac{5}{9}x + 8 & x < 1 \end{cases} \quad a=0 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x} & x > 0 \\ \sqrt[3]{x} & x < 0 \end{cases} \quad .11 \quad a=1 \quad .10$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x + e^{-x}}{2} & x > 0 \\ \frac{1}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \quad a=0 \quad .12$$

3. מצא קבוע c אם ידוע שהפונקציות הבאות הן רציפות בכל תחום ההגדרתן:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2}-1}{x^2} & x \neq 0 \\ c & x = 0 \end{cases} \quad .14 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x} & x \neq 0 \\ c & x = 0 \end{cases} \quad .13$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+11}-6}{x^2-25} & x \neq 5, x > 0 \\ c & x = 5 \end{cases} \quad .16 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2+x-4}{x-1} & x \neq 1 \\ c & x = 1 \end{cases} \quad .15$$

$$f(x) = \begin{cases} c + \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} & x < 0 \\ \ln(2+x) & x \geq 0 \end{cases} \quad .18 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{2^x-1}{x} & x \neq 0 \\ c & x = 0 \end{cases} \quad .17$$

4. (א) הוכח שהמשוואה  $2x^3 - 3x^2 + 7x - 10 = 0$  בעלת לפחות שורש אחד בקטע  $[1, 2]$ .  
 (ב) האם קיימים שורשים לפונקציה  $f(x) = \ln^2 x + \ln x - 1$  בקטע  $[e^{-1}, e]$ ?  
 (ג) הוכח כי למשוואות הבאות יש שורש בקטע נתון:

$$\begin{aligned} -2 \leq x \leq -1 & , & x^4 + 3x + 1 = 0 & .1 \\ -1 \leq x \leq 0 & , & 2x^3 - 3x^2 - 12x - 6 = 0 & .2 \\ 1 \leq x \leq 2 & , & 2x^4 - x^3 - 5 = 0 & .3 \end{aligned}$$

5. עבור אילו ערכים של  $a, b$  הפונקציה הנתונה רציפה:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x-1}, & x \neq 1 \\ 4, & x = 1 \end{cases}$$

**בהצלחה !**

**תשובות:**

1. 1. כן 2. כן 3. לא 4. כן 5. לא 6. כן 7. כן
2. 8. לא 9.  $f(0) = e$  10. לא 11.  $f(0) = \frac{77}{9}$  12.  $f(0) = 1$
3. 13.  $c = 1$  14.  $c = 1$  15.  $c = 7$  16.  $c = \frac{1}{12}$
17.  $c = \ln 2$  18.  $c = \ln 2$
4. (ב) קיים
5.  $a = 2, b = -3$

