

חקירת פונקציה

(דף תרגילים מס' 5)

א. מצא את תחומי עליה, ירידה ונקודות קיצון לפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} y = x^4 - 2x^2 & .1 & y = \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x + 3 & .2 & y = \frac{x}{x^2 + 1} & .3 \\ y = x \cdot e^{-3x} & .4 & y = \frac{1-x}{x^2} & .5 & y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2} & .6 \\ y = -x^3(x-2)^2 & .7 & y = \frac{x}{\ln x} & .8 \end{array}$$

ב. הוכח, כי למשוואות הבאות יש פתרון יחיד:

$$\begin{array}{lll} \frac{x^5}{5} + x^3 + 2x = 6 & .1 & e^x - x^2 = 3 & .2 & 2x^3 = 5 - 2x & .3 \end{array}$$

ג. מצא את תחומי קמירות וקעירות ונקודות הפיתול של פונקציות הבאות:

$$\begin{array}{ll} y = e^{-x^2} & .1 \\ y = (1+x^2) \cdot e^x & .3 \\ y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4 & .2 \end{array}$$

ד. מצא אסימפטוטות של פונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} y = x + \frac{1}{x} & .1 & y = \frac{x+2}{2x-3} & .2 & y = e^{-\frac{1}{x}} & .3 \end{array}$$

ה. חקור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} y = x^3 - 9x^2 + 24x - 1 & .1 & y = \frac{4x^3 - x^4}{5} & .2 \\ y = \frac{x^3}{x^2 - 4} & .3 & y = x + \ln(x^2 - 1) & .5 & y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} & .4 \\ y = \frac{e^x}{x} & .6 & y = -\frac{2x+1}{(1-x)^2} & .7 & y = \frac{e^x}{x^2} & .8 \\ y = \frac{x^2}{e^x} & .9 & y = \frac{x}{x^2 + 1} & .10 \end{array}$$

ו. מצא ערך מקסימלי ומינימלי של פונקציה בקטע הנתון:

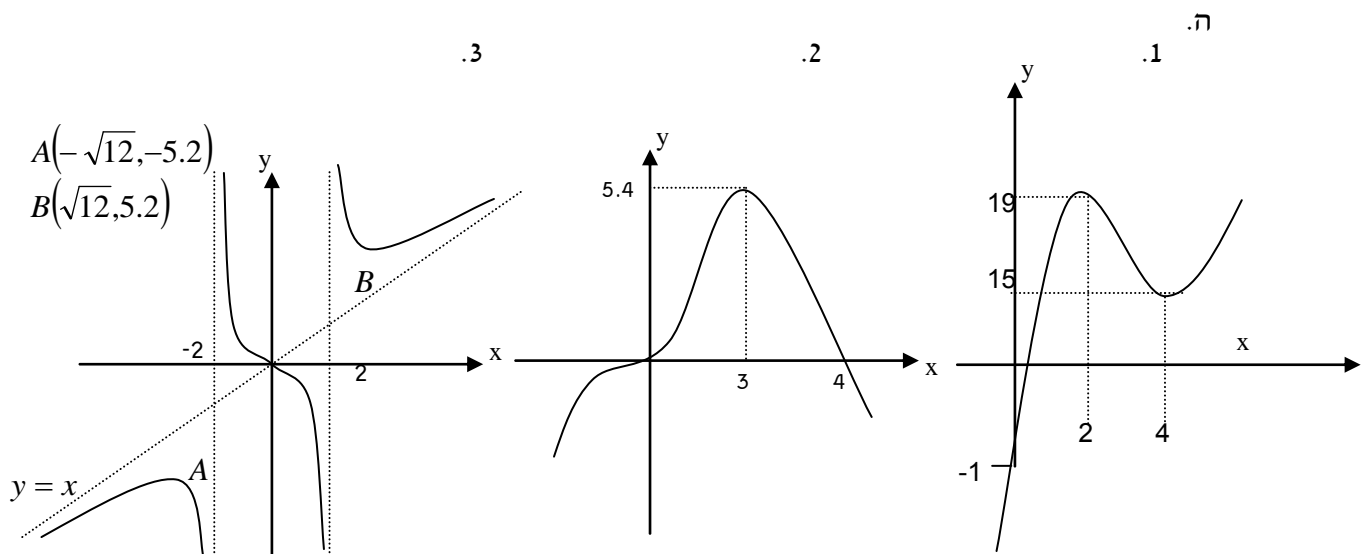
$$\begin{array}{ll} f(x) = x^3 + 3x^2 - 72x + 90, & x \in [-5, 5] & .1 \\ f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2, & x \in [-3, 2] & .2 \\ f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{6x-7}, & x \in [-1, 2] & .3 \end{array}$$

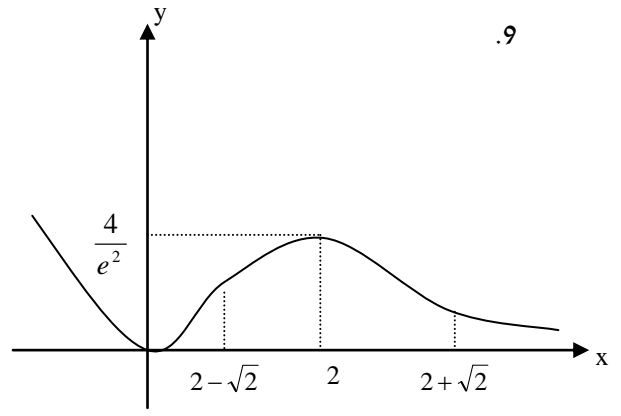
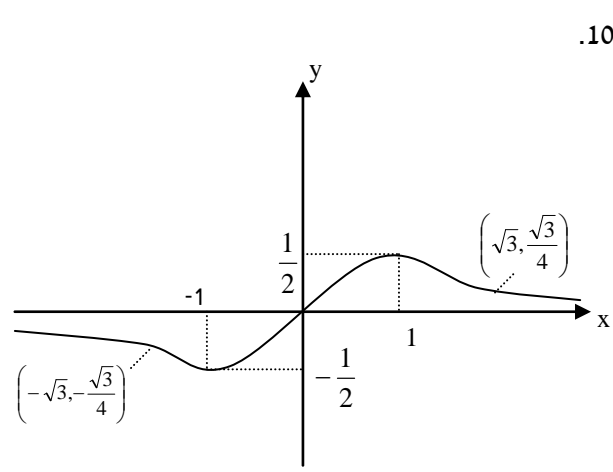
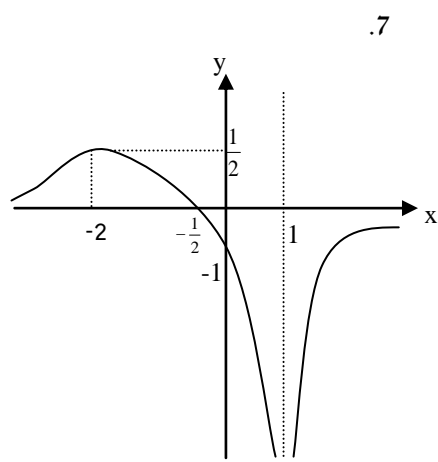
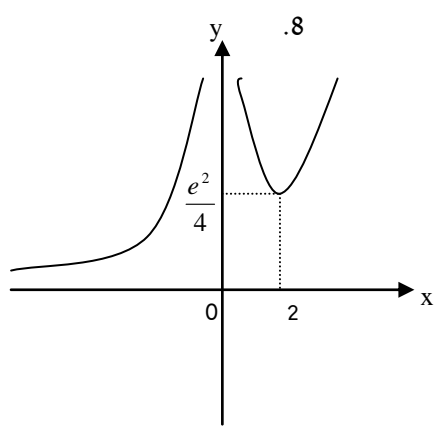
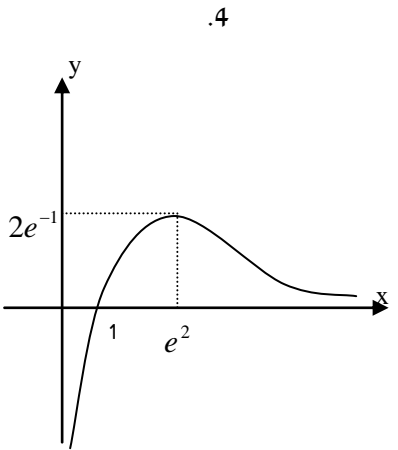
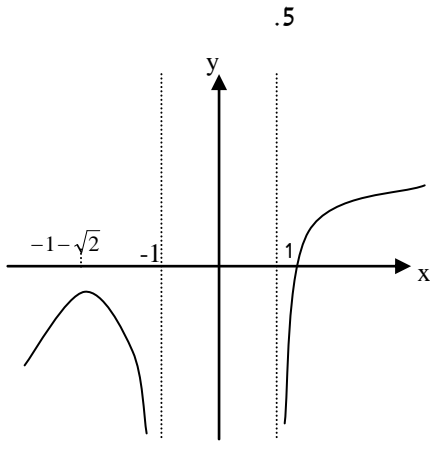
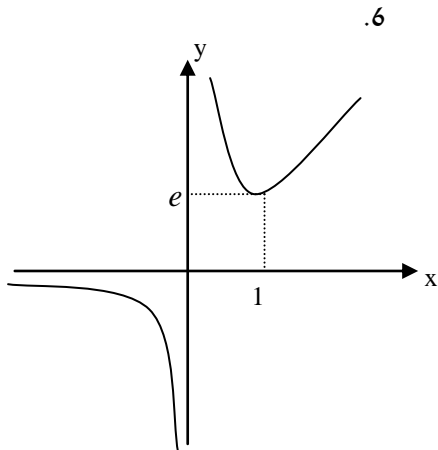
תשובות

- א. 1. עולה $-1 < x < 0$ או $x > 1$, יורדת $0 < x < 1$ או $x < -1$, $\max(0,0)$, $\min(-1,-1), (1,-1)$.
 2. עולה לכל x .
3. עולה $-1 < x < 1$, יורדת $x > 1$ או $x < -1$, $\min(-1, -\frac{1}{2}), \max(1, \frac{1}{2})$.
4. עולה $x < \frac{1}{3}$, יורדת $x > \frac{1}{3}$, $\max(\frac{1}{3}, \frac{1}{3e})$.
5. עולה $x > 2$ או $x < 0$, יורדת $0 < x < 2$, $\min(2, -\frac{1}{4})$.
6. עולה $x > 1$ או $x < 0$, יורדת $0 < x < 1$, $\min(1,-1), \max(0,0)$.
7. עולה $1.2 < x < 2$, יורדת $x > 2$ או $x < 1.2$, $\min(1.2, -1.1), \max(2,0)$.
8. עולה $x > e$, יורדת $0 < x < e$, $x \neq 1$, $\min(e,e)$.

- ג. 1. קמורה $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$ או $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$, קעורה $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$.
 פיתול $(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{e}})$
2. קמורה $x > 2$, קעורה $x < 2$, פיתול $(2,12)$.
3. קמורה $x > -1$ או $x < -3$, קעורה $-3 < x < -1$,
 פיתול $(-1, \frac{2}{e}), (-3, \frac{10}{e^3})$

- ד. 1. $x=0, y=x$ 2. $x=1.5, y=0.5$ 3. $x=0, y=1$





- $\min(4, -86), \max(-5, 400)$.1 .1
- $\min(-2, -32), \max(2, 32)$.2
- $\min(-1, -\sqrt[3]{13}), \max(2, 4\sqrt[3]{5})$.3