

## אינטגרלים לא אמיתיים. חישוב שטחים. שימושי בכלכלה

### (דף תרגילים מס' 8)

א. חשב אינטגרלים לא אמיתיים הבאים או הראה כי אינטגרל מתבדר :

$$\begin{array}{lll}
 \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4} & .1 & \int_{-1}^{\infty} e^{-x} dx & .2 \\
 \int_4^{\infty} \frac{dx}{4-x^2} & .4 & \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3x+1} dx & .5 \\
 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|2x-4|} dx & .7 & \int_3^{\infty} \frac{xdx}{(x-2)^2} & .8 \\
 \int_1^{\infty} \left[ \left(1 + \frac{1}{x^3}\right) \left(2 - \frac{4}{x^2}\right) - 2 \right] dx & .9 & \int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^{5/2}} dx & .10 \\
 \int_0^{\infty} \frac{e^{-3x} + e^{-6x}}{e^{-2x} + e^{-x}} dx & .11 & \int_1^{\infty} \left( \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} \right) \sqrt{x} \sqrt{x} dx & .12 \\
 \int_0^{\infty} \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^x \right] dx & .13 & \int_1^{\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 dx & .14
 \end{array}$$

ב. חשב שטחים מוגדרים ע"י גרפים הבאים :

$$\begin{array}{l}
 .1 \quad y = -x + 6 \quad , \quad y = -x^2 + 5x + 6 \\
 .2 \quad y = 2x + 3 \quad , \quad y = x^2 \\
 .3 \quad y = x^2 - 2x - 6 \quad , \quad y = 6 - x^2 \\
 .4 \quad x \geq 0 \quad , \quad x = 0 \quad , \quad y = -x + 3 \quad , \quad y = x^2 - 2x - 3 \\
 .5 \quad y = 0 \quad , \quad x + y = 5 \quad , \quad y - 4x = 0 \\
 .6 \quad y = 0 \quad , \quad y = -x + 6 \quad , \quad y = x^2
 \end{array}$$

ג. 1. נתונה פונקצית ביקוש :  $p = D(x) = \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{4}$  .

1.1 מצא  $x_0$  ו-  $p_0$  כך שגמישות שווה ל-1 .

1.2 מצא עודף לצרכן בנקודה  $(x_0, p_0)$  .

2. נתונה פונקציה הוצאות שוליות  $S(x) = 2x + 1$  . מצא פונקציה הוצאות  $C(x)$  כאשר :

2.1  $C(0) = 0$

2.2  $C(2) = 7\frac{1}{4}$

## תשובות

- א.
- |                     |                    |   |
|---------------------|--------------------|---|
| $\frac{1}{2}$ .3    | $e$ .2             | $\frac{1}{3}$ .1 א.                     |
| $1$ .6              | מתבדר .5           | $-\frac{1}{4}\ln 3$ .4                  |
| $-4$ .9             | מתבדר .8           | $1$ .7                                  |
| $\frac{16}{45}$ .12 | $\frac{5}{12}$ .11 | $\frac{8}{3}$ .10                       |
|                     | מתבדר .14          | $\frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3}$ .13 |
- ב.
- |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| $41\frac{2}{3}$ .3 | $10\frac{2}{3}$ .2 | $36$ .1            |
| $10\frac{2}{3}$ .6 | $10$ .5            | $13\frac{1}{2}$ .4 |
- ג.
- |  |      |
|--|------|
|  | .1   |
| $p_0 = \frac{1}{4}, x_0 = \frac{1}{3}$ | .1.1 |
| $\approx 0.064$                        | .1.2 |
|  | .2   |
| $x(x+1)$                               | .2.1 |
| $x^2 + x + \frac{5}{4}$                | .2.2 |