

## פונקציות של מספר משתנים

### (דף תרגילים מס' 9)

א. 1. מצא תחום הגדרה וסרטט אותו :

$$z = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} \quad .1.2 \qquad z = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(2 - x^2 - y^2)} \quad .1.1$$

$$z = \ln(x - \sqrt{y}) \quad .1.3$$

2. שרטט עקומות שווה – ערך לפונקציות הבאות :

$$z = (x-1)^2 + (y+3)^2 \quad .2.3 \qquad z = x^3 - y \quad .2.2 \qquad z = 3x - y + 3 \quad .2.1$$

$$z = 2 \ln x + \ln y \quad .2.5 \qquad z = e^{x-y} \quad .2.4$$

ב.

1. הראה ש-  $U'_x + U'_y + U'_z = 1$ ,  $U = x + \frac{x-y}{y-z}$

2. הראה ש-  $z''_{xy} = z''_{yx}$ , כאשר :

$$z = x \ln y - y \ln x \quad .2.1$$

$$z = x^y \quad .2.2$$

$$z = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad .3$$

הראה ש-  $z''_{xx} + z''_{yy} = 0$

4. הראה ש-  $z = \ln(e^x + e^y)$

4.1  $z'_x + z'_y = 1$

5. מצא  $y'_x$  כאשר

4.2  $z''_{xx} \cdot z''_{yy} = (z''_{xy})^2$

5.1  $xe^y + ye^x - e^{xy} = 0$

5.2  $y^x = x^y$

6. משוואה  $e^{x+y+z} = (x^2 + y^2) \cdot z + 1$  מגדירה פונקציה  $x = f(y, z)$ . מצא  $x'_z, x'_y$  בנקודה  $(y, z) = (0, 0)$ .

7. משוואה  $H\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right) = 0$  מגדירה פונקציה  $z = f(x, y)$ , כאשר  $H(u, v)$  פונקציה גזירה

לפי  $u$  ו-  $v$ . הראה ש-  $x \cdot z'_x + y \cdot z'_y = z$ .

ג. 1. מצא בקירוב ע"י דיפרנציאל שלם :

$$1.02^{4.05} \quad .1.1 \qquad \ln(0.09^3 + 0.99^3) \quad .1.2 \qquad \sqrt{5e^{0.02} + 2.03^2} \quad .1.3$$

2. הארה כי ל-  $x$  ו-  $y$  קרובים ל- 0 מתקיים:  $\frac{1}{1+x-y} \approx 1 - x + y$

3. הראה כי ל-  $x$  ו-  $y$  קרובים ל- 1 מתקיים:  $\sqrt{x^3 + 3y^2} \approx \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}y - \frac{1}{4}$

## תשובות

.1 .א

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x^2 > y \quad .1.3 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y \geq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases} .1.2 \quad 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2 \quad .1.1$$

.ב

$$\frac{ye^{xy} - ye^x - e^y}{xe^y + e^x - xe^{xy}} \quad 5.1 \quad .5$$

$$\frac{y^2(\ln x - 1)}{x^2(\ln y - 1)} \quad 5.2$$

$$x'_z = -1, x'_y = -1 \quad .6$$

3.037 .1.3

-0.03 .1.2

1.08 .1.1 .ג