

דוגמא א

פתור את מערכת מעל \mathbf{R}

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = -5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

פתרון:

מטריצה מורכבת M שמתאימה למערכת (1) היא הבאה:

$$M = \left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 4 & 1 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & -2 & 2 & -4 \end{array} \right)$$

צורה מדורגת של M היא M'

$$M' = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

מערכת משוואות ליניארית (2) שמתאימה למטריצה M' היא הבאה:

$$(2) \begin{cases} x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 = -2 \\ x_4 = 1 \end{cases}$$

כאן נעלם החופשי הוא x_3 . פתרון הכללי של מערכת (2) (וכמובן למערכת (1)) הוא הבא:

$$. h \in \mathbf{R} \text{ כאשר } x_1 = -h, x_2 = h - 2, x_3 = h, x_4 = 1$$

דוגמא ב

פתור את מערכת:

$$(3) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases}$$

פתרון:

$$M = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & 2 \end{array} \right) \quad \text{תהי מטריצה מורכבת } M \text{ שמתאימה למערכת (3):}$$

נדרג את מטריצה M למטריצה M'

$$M' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

מפני שמטריצה M' מכילה את שורה מצורה $(0 \ 0 \ 0 \ | \ 1)$ למערכת (3) אין פתרונות.