



אוניברסיטת בן גוריון בנגב
מדור בחינות

תאריך הבחינה 7.05.15
מרצה: פרופ' ל. פריגוזין
בוחן ב: חדו"א 2 לביוטכנולוגיה
מס' הקורס 0201.1.9571
סמ' ב
משך הבוחן- 2 שעות

חומר עזר: דף נוסחאות אחד (2 עמודים), מחשב כיס עם צג קטן.

יש לפתור כל השאלות הבאות
בדפים המיועדים לכך בלבד
לטיוטה השתמשו בדפי טיוטה (מיועדים לגריסה)

בהצלחה!

שאלה מס' 1 (32 נק') נתונים הישר $l: (2+at, 1+t, 2t)$

והמישור $P: ax+2ay-4z+1=0$ כאשר a הוא פרמטר.

- א. עבור איזה ערכים של a הישר l מקביל למישור P ?
 ב. לאחד מערכי a המקיימים את התנאי שבסעיף א' מצאו את משוואת ההיטל של הישר l על המישור P .

- ג. מצאו, לערכי a המקיימים את התנאי שבסעיף א', מרחק מהישר l למישור P .
 ד. מצאו משוואת המישור P מאונך למישור P ומכיל, לאחד מערכי a המקיימים את

התנאי שבסעיף א', את הישר l .

א) נ'גד $\vec{L} = (a, 1, 2)$ ונקודת $M(2, 4, 0)$ נורמל ו'טור $\vec{N} = (a, 2a, -4)$ ו'טור מקביל $\vec{L} \cdot \vec{N} = a^2 + 2a - 8 = 0 \Rightarrow a_1 = 2, a_2 = -4$

ב) עבור $a=2$ נ'גד M ו'טור $2x+4y-4z+1=0$ כ'ל $\vec{L} = (2, 1, 2)$ ו'טור $\vec{N} = (2, 4, -4)$ ו'טור $\vec{L} \cdot \vec{N} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4 = -10 \neq 0$

נ'גד $\vec{L} = (2, 1, 2)$ ו'טור $\vec{N} = (2, 4, -4)$ ו'טור $\vec{L} \cdot \vec{N} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4 = -10 \neq 0$

$\vec{L} = \vec{L}_0 + \vec{N}_1 t$: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 0 - 2t \end{cases}$

נקודת חיתוך של הישר ו'טור $\vec{L} = (2, 1, 2)$ ו'טור $\vec{N} = (2, 4, -4)$ ו'טור $\vec{L} \cdot \vec{N} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4 = -10 \neq 0$

ו'טור $\vec{L} = (2, 1, 2)$ ו'טור $\vec{N} = (2, 4, -4)$ ו'טור $\vec{L} \cdot \vec{N} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4 = -10 \neq 0$

$M_1(-\frac{3}{2}, 0, 1)$

נקודת M_1 ו'טור $\vec{L} = (2, 1, 2)$ ו'טור $\vec{N} = (2, 4, -4)$ ו'טור $\vec{L} \cdot \vec{N} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4 = -10 \neq 0$

$l_1: \frac{x - \frac{3}{2}}{2} = \frac{y - 0}{1} = \frac{z - 1}{2}$

ו'טור $\vec{L} = (2, 1, 2)$ ו'טור $\vec{N} = (2, 4, -4)$ ו'טור $\vec{L} \cdot \vec{N} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4 = -10 \neq 0$

$a_1 = 2$ $\rho_1 = \frac{|2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 4 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ $a_2 = -4$ $\rho_2 = \frac{|-4 \cdot 2 - 8 \cdot 1 - 4 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{4^2 + 8^2 + 4^2}} = \frac{16}{4\sqrt{6}} = \frac{4}{\sqrt{6}}$

ג) עבור $a=2$ ו'טור $\vec{L} = (2, 1, 2)$ ו'טור $\vec{N} = (2, 4, -4)$ ו'טור $\vec{L} \cdot \vec{N} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 4 \cdot 4 = -10 \neq 0$

$-2(x-2) + 2(y-1) + z = 0$

שאלה מס' 2 (20 נק') חקרו את רציפות הפונקציות הבאות בנקודה $(0,0)$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy+y^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases} \quad (ב) \quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \sin(xy)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases} \quad (א)$$

$$|f(x,y)| = |x| \left| \frac{\sin xy}{xy} \right| \frac{|xy|}{x^2+y^2} \quad (כ)$$

כל $\epsilon > 0$ נבחר $\delta > 0$ כך ש $x, y \rightarrow 0$ נקבל $|f(x,y)| < \epsilon$

$$0 \leq \frac{|xy|}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{\sin xy}{xy} \rightarrow 1, \quad |x| \rightarrow 0$$

כל $\delta > 0$

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f = 0$ ופונקציה רציפה.

(ג) יב' $x \rightarrow 0, y = kx$

$$f(x,y) = \frac{kx^2 + k^2x^2}{x^2 + k^2x^2} = \frac{k(1+k)}{1+k^2} \xrightarrow[\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}]{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{k(1+k)}{1+k^2}$$

לפיכך, אם f אינו מתאם כאשר $x, y \rightarrow 0$,
פונקציה אי-רציפה ב- $(0,0)$

שאלה מס' 3 (10 נק') הסבירו מדוע בכל נקודה גרדיאנט של פונקציה מאונך למשטח רמה שלה.

משטח רמה של פונקציה $f(x, y, z)$ מוצגת ע"י משוואה:

$$f(x, y, z) - c = 0.$$

נהי' נק' $M(x_0, y_0, z_0)$ ש"כר עמסח זכר.
משוואת המ'שור המ'סק עמסח זכר בנק' M :

$$f'_x(M)(x-x_0) + f'_y(M)(y-y_0) + f'_z(M)(z-z_0) = 0$$

נורמל עמסח בוא נורמל עמ'שור מ'ק:
אפשר עגמור

$$\bar{N} = (f'_x(M), f'_y(M), f'_z(M))$$

וזכר ערצ'אנ'ס ע' f בנק' M . אכר צ'אנ'ס מאונך עמסח.

שאלה מס' 5 (18 נק') השתמשו בדפרנציאל כדי לחשב ערך מקורב של ביטוי

$$A = \sqrt{1.02^3 + 1.97^3}$$

$$f(x, y) = \sqrt{x^3 + y^3}$$

$$x_0 = 1$$

$$\Delta x = 0.02$$

$$y_0 = 2$$

$$\Delta y = -0.03$$

$$f(1.02, 1.97) \approx f(1, 2) + f'_x(1, 2)\Delta x + f'_y(1, 2)\Delta y$$

$$f(1, 2) = 3 \quad f'_x = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3 + y^3}} \quad f'_x(1, 2) = \frac{3}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2}$$

$$f'_y = \frac{3y^2}{2\sqrt{x^3 + y^3}} = \frac{12}{2 \cdot 3} = 2$$

$$f(1.02, 1.97) \approx 3 + \frac{0.02}{2} - 2 \cdot 0.03 = 3 + 0.01 - 0.06 = \underline{\underline{2.95}}$$

שאלה מס' 6 (10 נק')

משטח S מוגדר ע"י משוואה $2^{x/y} + 4^{y/z} + 3^{z/x} - 13 = 0$ מצאו משוואה של מישור משיק ל- S בנקודה $M(1,1,2)$

$$f'_x = 2^{\frac{x}{y}} \ln 2 - 3^{\frac{z}{x}} \ln 3 \cdot \frac{z}{x^2}$$

$$f'_x(M) = 2 \ln 2 - 18 \ln 3$$

$$f'_y = 2^{\frac{x}{y}} \ln 2 \left(-\frac{x}{y^2}\right) + 4^{\frac{y}{z}} \ln 4 \cdot \frac{1}{z}$$

$$f'_y(M) = -2 \ln 2 + 2 \ln 4 \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$f'_z = 4^{\frac{y}{z}} \ln 4 \cdot \left(-\frac{y}{z^2}\right) + 3^{\frac{z}{x}} \ln 3 \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'_z(M) = -\ln 2 + 9 \ln 3$$

$$f'_x(M)(x-x_0) + f'_y(M)(y-y_0) + f'_z(M)(z-z_0) = 0 \quad \text{משוואת המישור}$$

$$2(\ln 2 - 9 \ln 3)(x-1) + (-\ln 2 + 9 \ln 3)(z-2) = 0$$

$$\underline{\underline{2x - z = 0}}$$

11C