



אוניברסיטת בן גוריון בנגב

מדור בחינות

תאריך הבחינה 8.04.16

מרצה: פרופ' ל. פריגוזין

בוחן ב: חדו"א 2 לביוטכנולוגיה

מס' הקורס 0201.1.9571

סמ' ב

משך הבוחן- 2 שעות

חומר עזר: דף נוסחאות אחד (2 עמודים), מחשב כיס עם צג קטן.

יש לפתור כל השאלות הבאות

בדפים המיועדים לכך בלבד

לטיוטה השתמשו בדפי טיוטה (מיועדים לגריסה)

בהצלחה!

שאלה מס' 1 (30 נק') מצאו משוואת המישור המכיל את הישר $L_1: \begin{cases} 3x+2y+5z+6=0 \\ x+4y+3z+4=0 \end{cases}$

ומקביל לישר $L_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{-3}$. מצאו גם מרחק בין המישור לבין ישר L_2 .

1. וקטור כוון L_1 :

$$\vec{N}_1 = (3, 2, 5)$$

$$\vec{N}_2 = (1, 4, 3)$$

$$\vec{L}_1 \parallel \vec{N}_1 \times \vec{N}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -14\vec{i} - 4\vec{j} + 10\vec{k} = -2(7\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k})$$

$$\vec{L}_1 = 7\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$$

2. נקודה על L_1 :

$$z=0 \quad \begin{cases} 3x+2y=-6 \\ x+4y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-8/5 \\ y=-3/5 \end{cases}$$

$$M_1(-8/5, -3/5, 0) \in L_1$$

$$\vec{L}_2 = (3, 2, -3)$$

$$M_2(1, 5, -1)$$

3. וקטור כוון L_2 :

4. נקודה על L_2 :

5. ווקטור מא'ם:

$$\vec{N} = \vec{L}_1 \times \vec{L}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 7 & 2 & -5 \\ 3 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k}$$

6. ווקטור מא'ם:

$$(\vec{r} - \vec{r}_{M_1}) \cdot \vec{N} = 0$$

$$4(x + 8/5) + 6(y + 3/5) + 8z = 0$$

$$4x + 6y + 8z + 10 = 0$$

$$2x + 3y + 4z + 5 = 0$$

$$d = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot 5 - 4 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} = \frac{18}{\sqrt{29}}$$

7. מרחק:

מרחק בין M_2 ל- N ווקטור מא'ם.

שאלה מס' 2 (30 נק') חקרו את רציפות הפונקציות הבאות בנקודה $(0,0)$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \sin(xy)}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases} \quad (א)$$

$$|\sin(xy)| \leq |xy|, \quad |xy| \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$$

$$0 \leq |f| \leq \frac{|x^2 y|}{x^2 + y^2} = |x| \frac{|xy|}{x^2 + y^2} \leq \frac{|x|}{2} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} |f(x,y)| = 0 \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x,y) = 0 = f(0,0).$$

פונקציה רציפה ב- $(0,0)$

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases} \quad (ב)$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x,y)$$

נבדוק אם קיים גבול

$$x = y^2 k, y \rightarrow 0$$

$$f(y^2 k, y) = \frac{k y^4}{k^2 y^4 + y^4} = \frac{k}{k^2 + 1} \xrightarrow{y \rightarrow 0} \frac{k}{k^2 + 1}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x,y)$$

גבול תלוי ב- k לכן אין גבול ב- $(0,0)$

$\therefore$ כן $d'f$ נכונה, $\Delta f = f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x, y)$

$$\Delta f = A\Delta x + B\Delta y + \alpha(\Delta x, \Delta y)\Delta x + \beta(\Delta x, \Delta y)\Delta y$$

-1, 0'00N - A, B 1e/c0

$$\lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \alpha(\Delta x, \Delta y) = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \beta(\Delta x, \Delta y) = 0$$

א' ח' א' ב' ג' ד' ה' ו' ז' ח' ט' י' כ' ל' מ' נ' ס' ע' פ' צ' ק' ר' ש' ת' י"א

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \quad B = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y).$$

(ב3) (25 נק') תנו דוגמה של פונקציה רציפה $f(x, y)$ שבעלת בנקודה (x_0, y_0) נגזרות

$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$ אך לא דיפרנציאבילית ב- (x_0, y_0) .

הסבירו מדוע היא לא דיפרנציאלית.

ניסחו תנאי מספיק לדיפרנציאליות של פונקציה רבות משתנים.

(1) $f'_y(x,y), f'_x(x,y)$ ק"מ נ"מ הסובו על נק' (x_0, y_0)
 וזו נק' (x_0, y_0) נ"מ f , וזו נק' (x_0, y_0) נ"מ f

$f(x,y) = \sqrt{|xy|} : \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ (2)

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{|\Delta x \cdot 0|} - 0}{\Delta x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$$

Δx
 $\frac{1}{2} \rho \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) = - \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x$

$$\Delta f = \sqrt{|\Delta x \cdot \Delta y|} - 0 = \underset{\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)}{0} \cdot \Delta x + \underset{\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)}{0} \cdot \Delta y + \alpha \Delta x + \beta \Delta y \quad \text{nk}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \alpha + \beta \Rightarrow \frac{|\Delta x|}{\Delta x} = \alpha + \beta$$

$\frac{\Delta x}{\Delta x} = 1 \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta x} = 1$