



אוניברסיטת בן גוריון בנגב

מדור בחינות

תאריך הבוחן: 01.05.14
שם המרצה: פרופ' ל. ברזנסקי
שם הקורס: חדו"א לביוטכנולוגיה 2
מס' הקורס: 201-1-9571
מיועד לתלמידי: ביוטכנולוגיה
שנה: 2014, סמסטר: ב'
משך הבחינה: 2 שעות
חומר עזר: דף 1 נוסחאות, מחשבון

מס' נבחן: _____

שאלה 1. 30 נ'

- (א) מצא שטח המקבילית הבנוי בוקטורים $\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{a} + 3\vec{b}$, כאשר $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, 10 נ'
(ב) הראה ש $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{c} \times \vec{a}) \cdot \vec{b}$ 10 נ'
(ג) הראה שוקטור $\vec{b} - \frac{\vec{a}(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}|^2}$ מאונך לוקטור $\vec{a}$ 10 נ'

שאלה 2. 40 נ'

- (א) מצא משואה של מישור P העובר דרך נקודה $A(1, -1, 0)$ ומקביל למישור P_1 העובר דרך נקודות $B(-1, 1, 2)$, $C(1, 1, 1)$, $D(1, -2, 3)$

10 נ'

- (ב) מצא מרחק מנקודה A עד ישר BC 10 נ'

- (ג) האם ישירים $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$, $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{-1}$ מצטלבים? אם כן מצא מרחק ביניהם. 20 נ'

שאלה 3. 30 נ'

- (א) נתונה פונקציה $z = \sqrt{x - y^2}$

(1) מצא ושרטט תחום הגדרה 7 נ'

(2) מצא ושרטט עקומות רמה 8 נ'

- (ב) מצא גבול $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy(x+y)}{x^2 + 4y^2}$ 15 נ'

בהצלחה !

1.05.14 / 412

1 x 5 ke

8 alle 400 (e)

$$\begin{aligned}
 & |(\vec{a} - 2\vec{b}) \times (\vec{a} + 3\vec{b})| = \\
 & = |\vec{a} \times \vec{a} + 3\vec{a} \times \vec{b} - 2\vec{b} \times \vec{a} - 2\vec{b} \times \vec{b}| = \\
 & = |\vec{0} + 3\vec{a} \times \vec{b} + 2\vec{a} \times \vec{b} + \vec{0}| = 5|\vec{a} \times \vec{b}| = 5|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| |\sin \theta| = \\
 & = 5 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 5 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 5
 \end{aligned}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (\vec{c} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\vec{b} - \frac{\vec{a}(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}|^2} \right) \cdot \vec{a} = \vec{b} \cdot \vec{a} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{a} (\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}|^2} = \\
 & = \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0
 \end{aligned}$$

2.15 ke
(e)

$$\vec{n} = \vec{BC} \times \vec{BD} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= i(0 - 3) - j(2 + 2) + k(-6 - 0) = \langle -3, -4, -6 \rangle$$

$$\begin{aligned}
 & -3(x-1) - 4(y+1) - 6z = 0, \quad -3x - 4y - 6z - 1 = 0 \\
 & 3x + 4y + 6z + 1 = 0
 \end{aligned}$$

$$BC: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-2}{-1}$$

$$\vec{n} = \langle 2, 0, -1 \rangle \quad \vec{AB} = \langle -2, 2, 2 \rangle$$

$$d = \frac{|\vec{AB} \times \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{2\sqrt{4+4+1}}{\sqrt{4+0+1}} = \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{5}} \approx 2.2$$

$$\vec{AB} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = i(-2) - j(2-4) + k(-4) = \langle -2, 2, -4 \rangle$$

$$\vec{n}_1 = \langle 1, -2, -1 \rangle, \quad \vec{n}_2 = \langle 2, 1, -1 \rangle \quad (2)$$

$$A(-1, 1, 0) \in L_1, \quad B(1, 0, -1) \in L_2, \quad \vec{AB} = \langle 2, -1, -1 \rangle$$

$$(\vec{n}_1 \times \vec{n}_2) \cdot \vec{AB} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (-1-1) + 2(-2+2) - (-2-2) = -2 + 4 = 2 \neq 0$$

∴ L_1 and L_2 are not parallel. L_1 is not a subset of L_2 and vice versa.

$$L_2 \parallel P_1, \quad L_1 \subset P_1 \quad \text{∴ } P_1 \text{ is the plane containing } L_1 \text{ and } L_2$$

$$\vec{n} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i}(-2+1) - \hat{j}(-1+2) + \hat{k}(1+4) = \langle -1, -1, 5 \rangle$$

$$P_1: -x - y + 5z + 4 = 0$$

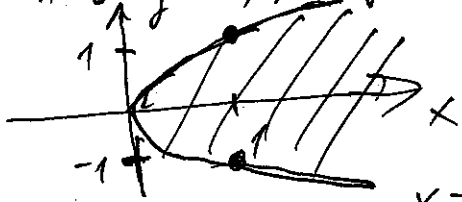
$$P_1: 3(x+1) - 1(y-1) + 5z = 0$$

$$3x - y + 5z + 4 = 0$$

Distance of $B(1, 0, -1)$ from P_1 is

$$d = \frac{|3 - 0 - 5 + 4|}{\sqrt{9 + 1 + 25}} = \frac{2}{\sqrt{35}}$$

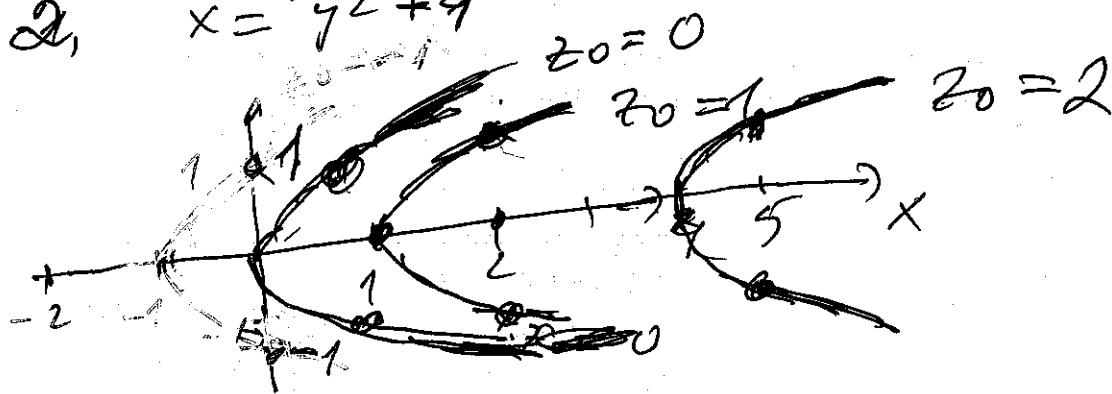
$x > y^2$, $x - y^2 > 0$ is the region to the right of the parabola $x = y^2$. (2)



$$\sqrt{x - y^2} = z_0 > 0 \Rightarrow x - y^2 = z_0^2$$

$$z_0 = 0, \quad x = y^2, \quad z_0 = 1, \quad x = y^2 + 1,$$

$$z_0 = 2, \quad x = y^2 + 4$$



-3

$$\frac{xy(x+y)}{x^2+4y^2} = \frac{x^2y}{x^2+4y^2} + \frac{xy^2}{x^2+4y^2} \quad (2)$$

$$0 \leq \frac{|xy(x+y)|}{x^2+4y^2} \leq \frac{x^2|y|}{x^2+4y^2} + \frac{|x|y^2}{x^2+4y^2} \leq$$
$$\leq \frac{x^2|y|}{x^2} + \frac{|x|y^2}{4y^2} = \left(|y| + \frac{|x|}{4}\right) \rightarrow 0$$

'3113/0 88) 125

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{xy(x+y)}{x^2+4y^2} = 0$$