



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

מדור בחינות

נא לציין את ארבע בתוך חמש השאלות  
הבאלה. נא סמנו בבירור על אחת מהבחירות  
הראשונה איזה שאלה אלינכס כוונת שיהיה צדק  
נא לרשום התשובות באופן הבירור והמסודר  
בילתי, במידת האפשר.

בהצלחה!

תאריך הבחינה: 5/2/04  
שם המורה: פרופ' שגה  
מבחן ב: אלגברה ליניארית  
מסי הקורס: 201-19241  
מיועד לתלמידי: קס"ה  
שנה: תשס"ג סמי: א' מועד: א'  
משך הבחינה: 3 שעות  
חומר עזר: אין

(25) ① יהיו  $A$  ו- $b$  המטריצה ווקטור העמודה הבאים:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & t \end{bmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ s \end{pmatrix}$$

(18) (א) לכל שני מספרים ממשיים  $t$  ו- $s$  מצאנו את כל  
הפתרונות של המערכת  $Ax = b$ .

(4) (ב) עבור איזו ערכים של  $t$  המערכת  $Ax = b$  היא  
תלויה לינארית? נחקרו את תשובתכם.

(3) (ג) עבור איזו ערכים של  $s$ , מערכת המערכת הראשונה של  $A$   
היא עם  $b$  היא תלויה לינארית. נחקרו!

(25) ② יהי  $A$  מטריצה מעל  $\mathbb{R}$  ונניח  $U$ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3) (א) מהו מספר העוקבות והמו מספר העמודות של  $A$ ?

(9) (ב) איזו פעולות אלמנטריות התבצעו על טולת המטריצה

$A$  על מנת לקבל את המטריצה מיתין איטין השוויון?

רשמו באיזים פעולות אלה, כל אחת

← המשך

השורה נכפפת, לפי הספר שבו קן התבצרו  $A$ .  
(4) (ג) איזה מספר נמצאו במקום השמאלי הציון (הכביב  
ה (ו,א) של  $A$  ?

(9) (3) נסמן ב  $R$  את המטריצה הנמצאת מימין לימין השוויון.  
מצאו שתי מטריצות אורמנטליות  $E_1, E_2$  ומטריצה משולשית  
תחתונה  $U$ , כולן  $4 \times 4$ , כך ש  $A = U E_2 E_1 R$

(25) (3) (4) (א) חטבו את הפטרימנטה של המטריצה הבאה. נמקד  
בקצרה את תשובתכם.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(21) (ב) תהי  $A_n$  מטריצה  $n \times n$  שבה נמצאו 3 צל כל  
האלכסון הראשי, 2 צל כל האלכסון מתחת לאלכסון הראשי,  
2 במקום ה- $(n, n)$ , ואפסיה בכל שאר המקומות. למשל

$$A_4 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

(4) (ב) מצאו את  $\det(A_4)$ .

(17) (ב2) תנו נוסחה כללית ל  $\det(A_n)$ . (פתחו את הפטרימנטה  
לפי השורה הראשונה), נמקד את תשובתכם.

(25) (4) יהי  $V$  מרחב המטריצות  $2 \times 2$  מ  $\mathbb{R}$  ותהי

$$T(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T: V \rightarrow V$$

(5) (א) הוכחו בקצרה ש  $T$  ליניארית ופונקציה פונקציונלית.

(10) (ב) מצאו בסיס ל  $\ker(T)$  ובסיס ל  $\text{Im}(T)$ .

(10) (ג) התייבו את הבסיס של  $\ker(T)$  שמצאתם בסעיף (ב) לבסיס  
 $B$  של  $V$  ונשאו את המטריצה של  $T$  ביחס לבסיס  $B$   $([T]_B)$ .

(25) (5) (8) (א) מצאו, עליו חשבו הפולינום האופייני, שני  
צרכים עצמים למטריצה:

(מטריצה שכולה אהבים)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

למקו את תשובתכם.

(9) (ב) תהי  $B = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$  מצאו מטריצה הפיכה

$P^{-1}BP = D$  ו-  $P$  מטריצה אורתוגונלית  $D$  כגון  $P^{-1}BP = D$

(8) (ג) תהי  $B$  כמו בחלק (ב). מצאו מטריצה  $C$   
כגון  $C^3 = B$  (כאז: השתמשו בחלק (ב)).