1). יהי F^2 מרחב ליניארי מעל שדה F ויהי אופרטור $T: F^2 \to F^2$
מצא את הערכים העצמיים ואת הוקטורים העצמיים של T כאשר $F = Q$, $F = R$, $F = C$.

א). $T(x,y) = (2x+2y, x+3y)$　　ב). $T(x,y) = (-x+y, x+y)$

ג). $T(x,y) = (x+y, -2x-y)$　　ד). $T(x,y) = (3x-y, x+y)$

ה). $T(x,y) = (2x, 2y)$

2). יהי C^3 מרחב ליניארי מעל שדה C ויהי אופרטור $T: C^3 \to C^3$
מצא את הערכים העצמיים ואת הוקטורים העצמיים של T .

א). $T(x,y,z) = (x+y, y+z, z)$　　ב). $T(x,y,z) = (x+y, y, z)$

ג). $T(x,y,z) = (x+4z, 2y, 3z)$　　ד). $T(x,y,z) = (x+z, 2x+2y, 3y+3z)$

3). יהי V מרחב ליניארי מעל שדה C , אופרטור $T: V \to V$, וקטור עצמי שלו $v \in V$ עבור ערך עצמי $\lambda \in C$ $(Tv = \lambda v)$. הוכח כי הווקטור v הוא וקטור עצמי של האופרטור $S = 2T^2$ עבור ערך עצמי $2\lambda^2$ $(Sv = 2\lambda^2 v)$.

4). אופרטור ליניארי $T: R^2 \to R^2$ מיוצג ע"י המטריצה A בבסיס הסטנדרטי. מצא את הפולינום האופייני של T ואת הערכים העצמיים. מצא את הוקטורים העצמיים השייכים לכל ערך עצמי כאשר

א) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,　ב) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$,　ג) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

חזור על התרגיל כאשר עכשיו נתון כי $T: C^2 \to C^2$.

5). אופרטור ליניארי $T: R^3 \to R^3$ מיוצג בבסיס הסטנדרטי ע"י מטריצה A

א) $A = \begin{bmatrix} -9 & 4 & 4 \\ -8 & 3 & 4 \\ -16 & 8 & 7 \end{bmatrix}$　ב) $A = \begin{bmatrix} 6 & -3 & -2 \\ 4 & -1 & -2 \\ 10 & -5 & -3 \end{bmatrix}$

ג) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$　ד) $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

הוכח ש- T ניתן ללכסון ע"י מציאת בסיס ל- R^3 שכל הוקטורים הם וקטורים עצמיים של T.

6). האם המטריצה: $A=\begin{bmatrix}6&-3&-2\\4&-1&-2\\10&-5&-3\end{bmatrix}$ דומה למטריצה אלכסונית מעל R ? (מעל C ?)

7). המטריצה המייצגת את אופרטור ליניארי $T:R^4\to R^4$ בבסיס הסטנדרטי היא

$A=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\a&0&0&0\\0&b&0&0\\0&0&c&0\end{bmatrix}$. מצא תנאי על a , b , c כך ש- A ניתן ללכסון.

8). הוכח כי אם $\dim V=n$ ואם לאופרטור ליניארי $T:V\to V$ יש n ערכים עצמיים שונים

אזי T ניתן ללכסון.

9). יהי $V=R[t]$ המרחב פולינומים עם מקדמים ממשים

אופרטור ליניארי $T:V\to V$ מוגדר ע"י $(Tf)(x)=\int_0^x f(t)dt$.

הוכח של- T אין ערכים עצמיים.

10). $a,b,c\in R$. חשב את הפולינום האופייני של האופרטור הליניארי $T:R^3\to R^3$ המיוצג

ע"י המטריצה $A=\begin{bmatrix}0&0&c\\1&0&b\\0&1&a\end{bmatrix}$.

11). אופרטור ליניארי $T:R^2\to R^2$ מיוצג ע"י המטריצה A בבסיס הסטנדרטי.

א) $A=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}$, ב) $A=\begin{bmatrix}0&-2\\1&3\end{bmatrix}$

חשב את $p_1(A)$, $p_2(A)$, $p_3(A)$, ע"י לכסון של A כאשר

$p_1(x)=x^3-3x^2-3x+1$, $p_2(x)=3x^4+8x^2-3$, $p_3(x)=x^{98}-3x^{97}+2x^{96}+5$