

1. עבור המטריצות הבאות חשבו את $A^2, B^3, C^4, C^T, (C^T)^T, DC, CD^T, (DC)^T, C^T D^T, AE, E^T B, (AB)D, A(BD), EE^T, E^T E, f(C), f(A)$

כאשר $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5x - 2$ ו- X^T היא מטריצה משוחלפת ל- X .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. ידוע כי A היא מטריצה מסדר 2×3 . מצאו את הסדר של B כאשר ידוע כי

(א) קיימים AB ו- BA . (ב) קיימים AB^T ו- $B^T A$.

3. ידוע כי $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. מצאו את כל המטריצות B המתחלפות עם A ($AB = BA$).

4. עבור המטריצות A הבאות חשבו את A^n :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. חשבו את הפולינום (המטריציאלי) הבא $3A - 2^{-1}A^3 + p(A)$ (מעל חשבה

המתאים) כאשר:

(א) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ (ב) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_3)$ (ג) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_7)$

6. מצאו אילו מבין המטריצות הבאות הפיכות ומצאו את ההופכית שלהן:

(א) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ (ב) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_3)$ (ג) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_7)$

(ד) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_{3 \times 3}(\mathbb{Q})$ (ה) $A = \begin{pmatrix} 1 & i & 1 \\ i & i & 1 \\ -1 & -1 & i \end{pmatrix} \in M_{3 \times 3}(\mathbb{C})$

7. עבור המטריצות הבאות חשבו את A^{-1}, B^{-1}, C^{-1} , ופתרו את המשוואות $AX = D$, $CX = E$, $AXB = D$, $XB = D$ כאשר:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

8. הוכיחו או הפריכו: יהיו $A, B \in M_{n \times n}(F)$

- א. A הפיכה $\Leftrightarrow A^T$ הפיכה.
- ב. אם A ו- B הפיכות אז $A+B$ הפיכה.
- ג. אם A ו- B לא הפיכות אז $A+B$ לא הפיכה.
- ד. אם A ו- B הפיכות אז AB הפיכה.
- ה. אם A הפיכה ו- AB לא הפיכה אז $B=O$.
- ו. אם A היא מטריצת מעבר בין בסיסים אז A הפיכה.
- ז. $(AB)^T = A^T B^T$.

9. הגדרה: מטריצה $A \in M_{n \times n}(F)$ נקראת סימטרית אם $A = A^T$, ונקראת אנטי-סימטרית אם $A = -A^T$. הוכיחו או הפריכו: יהיו $A, B \in M_{n \times n}(F)$

- א. $A = (A^T)^T$ ו- $(AB)^T = B^T A^T$.
- ב. AA^T סימטרית.
- ג. אם AB סימטרית אז A ו- B סימטריות.
- ד. אם A אנטי-סימטרית אז A^2 סימטרית.
- ה. אם $(AB)^T = A^T B^T$ אז $AB = BA$.
- ו. אם A הפיכה אז $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

10. הוכיחו או הפריכו: יהיו $A, B, A_1, A_2, \dots, A_k \in M_{n \times n}(F)$

- א. אם $AB = O$ אז $A = O$ או $B = O$.
- ב. אם $AB = O$, $A \neq O$, $B \neq O$ אז A ו- B אינן הפיכות.
- ג. אם $A = A_1 A_2 \dots A_k$ אז A הפיכה \Leftrightarrow כל המטריצות A_1, A_2, \dots, A_k הפיכות.
- ד. אם $A^3 = 0$ אז המטריצה $A - I$ הפיכה.